# Leitfaden

für den praktischen

# Unterricht in der Raumlehre.

Zum Gebrauche in den untersten Klassen der Schullehrer-Seminarien, den oberen Knabenklassen der Volks- und Bürger-Schulen und in den Gewerbeschulen.

Von

**A. Gasser,**

Oberlehrer an der Domschule in Frankfurt am Main.
(früher Seminarlehrer in Idstein und Montabaur).

**Dritte,**
mit Rücksicht auf die neuen Maß- und Gewichtsverhältnisse durchaus umgearbeitete Auflage.

Mit 140 in den Text (weiß auf schwarzen Grund) gedruckten Holzschnitten, einem Anhange und sechs Tabellen zur Vergleichung der verschiedenen, seither im Gebrauche gewesenen Maße mit dem am 1. Januar 1872 im Norddeutschen Bunde gesetzlichen Metermaße.

**Frankfurt am Main 1870.**

Verlag der Jaeger'schen Buch-, Papier- und Landkarten-Handlung.

Druckerei von August Osterrieth in Frankfurt a. M.

# Vorrede zur ersten Ausgabe.

---

Ich übergebe hiermit der Oeffentlichkeit ein Büchelchen, das, wie der Titel sagt, für drei verschiedene Anstalten bestimmt ist. Ob es die dazu nöthigen Eigenschaften besitzt, das überlasse ich meinen Herren Collegen an den betreffenden Schulen zu entscheiden. Mir bleibt hier nur noch übrig kurz zu sagen, warum ich glaube, daß es mit Nutzen an den verschiedenen Anstalten gebraucht werden könne.

Wenn an verschiedenen Anstalten ein gemeinsamer Leitfaden soll gebraucht werden können; so müssen die Anstalten selbst ein gemeinsames Merkmal haben und dieses Merkmal muß bei Abfassung des Leitfadens in den Vordergrund gestellt sein.

Das gemeinsame Merkmal der Volksschule, der Gewerbeschule und unserer untersten Seminarklasse ist ihr vorherrschend praktischer Charakter; diesem gemäß ist das vorliegende Werkchen durchaus praktisch gehalten.

Daß der Unterricht in der Volksschule vorherrschend praktisch sein müsse, ist wohl keine Frage. Wie sie aus dem Leben mit seinen Bedürfnissen entsprang, so soll sie auch wieder für dasselbe vorbereiten. Das Leben aber fordert Früchte, d. h. praktische Anwendung des in der Schule Erlernten, und es ist deßhalb für jeden Unterrichtszweig der Volksschule eine nicht abzuweisende Forderung, daß der Unterricht hierin anschaulich und praktisch sei.

In noch höherem Grade, als dieß bei der Volksschule der Fall ist, muß der Unterricht in der Gewerbeschule einen durch und durch praktischen Charakter haben. Die Volksschule kann, wegen ihres allgemeinen Charakters, auf die verschiedenen Berufsarten mit den speziell dazu nöthigen Kenntnissen keine Rücksicht nehmen; sie gibt das Minimum der allgemeinen menschlichen Bildung. Die Gewerbeschule hat die Aufgabe, das in der Volksschule Begonnene fortzusetzen und das noch Unvollendete zu vollenden; sie soll die dem niederen Gewerbe- und Handwerkerstande nöthige geschäftliche und gewerbliche Weiterbildung vermitteln; sie soll u. A. auch

den Handwerker in geometrischer Hinsicht dahin befähigen, daß er sich zu jeder zu unternehmenden Arbeit einen richtigen Kostenüberschlag machen kann, und er kann das, wenn er neben seiner gewerblichen Geschicklichkeit und gründlichen Kenntniß von seinem Arbeitsmaterial und dessen Werth die nöthigen Zeichnungen, Messungen und Rechnungen zu machen versteht. Es wäre mir sehr lieb, wenn ich durch das vorliegende Werkchen einen kleinen Beitrag zur Verwirklichung dieser Qualifikation eines so wichtigen Standes geliefert hätte.

Nachdem ich nun in dem Vorstehenden kurz gezeigt zu haben glaube, daß das Büchelchen wohl mit einigem Nutzen in den Knabenklassen unserer Volksschule und in den Gewerbeschulen gebraucht werden könne, erübrigt mir noch zu sagen, wie und warum es in unserer untersten Seminarklasse gebraucht werden soll. Hier kann ich mich noch kürzer fassen und das Ganze in folgende drei Punkte zusammendrängen:

1) Um unseren Zöglingen eine Sammlung des für die Volksschule und die Gewerbschule geeigneten geometrischen Unterrichtsstoffes zu geben,
2) um ihnen diesen Unterrichtsstoff in der für diese Schulen geeigneten Form zu bieten, mehr aber noch
3) um sie für den (in der II. und I. Seminarklasse) kommenden eigentlichen wissenschaftlichen geometrischen Seminarunterricht auf eine naturgemäße, weil anschauliche und praktische Weise vorzubereiten, haben meine Herren Collegen und ich an dem ehemaligen gemeinsamen Schullehrerseminare zu Idstein schon seit Jahren den geometrischen Unterricht in den untersten Seminarklassen in einer ähnlichen Weise ertheilt und allzeit gute Früchte davon gesehen.

Auf diesen Standpunkt, wünsche ich, möge sich der gerechte Beurtheiler des Werkchens stellen; ich dagegen werde jede begründete Ausstellung dankbar annehmen.

Montabaur, am 1. März 1852.

**Der Verfasser.**

# Vorrede zur zweiten Ausgabe.

Es erscheint hiermit eine zweite, unveränderte Ausgabe meines Leitfadens für den praktischen Unterricht in der Raumlehre. Die erste, große Auflage ist in der verhältnißmäßig kurzen Zeit von nicht ganz drei Jahren größtentheils durch das Bedürfniß der Nassauischen Schulen aufgezehrt worden, und da der Leitfaden an mehreren Schulen des Landes als Lehrbuch eingeführt ist, so erschien eine zweite Ausgabe nöthig. Möge dieselbe im größeren Vaterlande eine ähnliche aufmunternde Anerkennung finden! Daß ihr die Resultate zu den im Leitfaden vorkommenden Aufgaben beigefügt sind, dürfte ihren Werth nur erhöhen.

Diese neue, vermehrte Ausgabe ist im Uebrigen unverändert geblieben, einmal, weil es nicht zweckmäßig ist, an einem beim Unterricht im Gebrauche befindlichen Buche ohne Noth bedeutend zu ändern; dann aber auch, weil mir wesentliche Ausstellungen an Form und Inhalt der ersten Ausgabe des Werkchens nicht bekannt geworden sind. Daß in auswärtigen pädagogischen Zeitschriften*) zwei Rezensionen des Werkchens erschienen seien, davon erhielt ich erst Kenntniß, als der Druck der neuen Ausgabe bereits vollendet war. Den Inhalt dieser Beurtheilungen kenne ich im Augenblicke noch nicht; je nachdem er ist, soll er bei einer allenfalls nöthig werdenden dritten Ausgabe eine möglichst große Berücksichtigung finden.

Die in dem Werkchen vorkommenden Druckfehler sind so unbedeutend und wenig sinnentstellend, daß sie der geneigte Leser wohl leicht verbessern kann; die Schreib- und Rechenfehler in den Aufgaben sind bei der Lösung der letzteren verbessert worden.

Montabaur, im Oktober 1855.

**Der Verfasser.**

---

*) In Haindl's Repertorium II. und im Organ des Vereins kath. Schullehrer in Bayern, Nro. 6.

# Vorrede zur dritten Auflage.

Indem ich hiermit eine dritte Auflage meines Leitfadens für den praktischen Unterricht in der Raumlehre dem lehrenden und lernenden Publikum vorlege, habe ich vor Allem zu sagen, warum ich diese neue Auflage gegen die früheren so sehr umgearbeitet habe.

Von dem 1. Januar 1872 an ist in den Ländern des Norddeutschen Bundes die Anwendung des neuen Maß- und Gewichtssystems gesetzlich, vom 1. Januar 1870 an aber schon gestattet. Die in den früheren Auflagen des Buches vorkommenden Aufgaben hatten das zehn- und zwölftheilige Werk- oder Feldmaß zur Grundlage. Das geht nun künftig nicht mehr. Darum sind sämmtliche, in dieser Auflage vorkommenden Aufgaben auf das neue Maß- und Gewichtssystem basirt. Die Aufgaben sind so eingerichtet, daß sie eine stete Umwandlung der seither in den verschiedenen Ländern Deutschlands und Oesterreichs ꝛc. gebräuchlichen Maße in das Metermaß und dieses in jene fordern. Solche Umwandlungen sind aber dringend nothwendig; ja, sie sind unerläßlich, wenn der Schüler sich von dem neuen Maße eine deutliche und richtige Vorstellung machen will; denn es ist sehr schwer, sich von den, tief in der Seele wurzelnden, althergebrachten Vorstellungen der Dinge los zu machen und ganz andere an deren Stelle zu setzen. Wie kann man von Jemand verlangen, daß er wisse, was das Meter mit seiner Vervielfachung und Theilung, was ein □Meter, ein Ar, ein Hektar ist, wenn er das Verhältniß des ihm bekannten Fußes zum Meter und umgekehrt nicht kennt? Dieses Verhältniß wird ihm aber durch fleißige Uebung im Umwandeln der Maße erst verständlich. Zur Erleichterung dieses so nothwendigen Umwandlungsgeschäftes sind dem Buche sechs Tabellen beigegeben, in denen das Verhältniß der seither in den verschiedenen Ländern Deutschlands ꝛc. gebräuchlichen Längen-, Flächen- und Körpermaße zum Meter und umgekehrt berechnet sind.

Eine weitere Veränderung, welche das Buch erfahren hat, besteht darin, daß der Anhang über das geometrische Zeichnen und daß die Resultate der im Buche vorkommenden Uebungsaufgaben weggeblieben sind.

Wenn das geometrische Zeichnen dem eigentlichen Inhalte des Buches auch nicht fern lag, so gehörte es doch nicht in erster Linie und mit Nothwendigkeit dazu. Jedenfalls war es besser, dafür den eigentlichen Inhalt des Buches zu vermehren und die schöne Ausstattung desselben zu erhalten.

Die Resultate zu den im Buche vorkommenden Aufgaben können und sollen darum wegbleiben, weil das Buch auch, ja vorzugsweise für die Hand des Schülers bestimmt ist. Dieser aber soll die Resultate durch Berechnung selbst suchen. Die Resultate gehören für die Hand des Lehrers und darum in ein besonderes Büchelchen.

Was die Brauchbarkeit des Buches in den verschiedenen, auf dem Titel genannten Schulen anbelangt, so verweise ich in dieser Beziehung auf das deßhalb in der Vorrede zur ersten Auflage von mir Gesagte. Was ich damals in dieser Hinsicht für methodologisch richtig hielt, das halte ich auch heute noch dafür, um so mehr, da keine von den vielen und durchgehends sehr günstigen Beurtheilungen, die mein Buch s. Z. erfuhr, meine deßfallsige Ansicht bestritt.

Dem Herrn Konrektor Dr. Unverzagt am Gymnasium in Wiesbaden, der so gütig war, mein Buch mit Rücksicht auf dessen Brauchbarkeit in den Gewerbeschulen sorgfältig durchzusehen, sage ich für diese Freundlichkeit und für seine gehabte Mühe hiermit öffentlich meinen besten Dank.

Frankfurt a. M., im Januar 1870.

**Der Verfasser.**

# Inhaltsverzeichniß.



## Erklärung der in diesem Leitfaden vorkommenden Abkürzungen bei Benennung der Maße und Gewichte.

M. = Meter.*)
dm. = Dezimeter.
zm. = Zentimeter.
mm. = Millimeter.

Dm. = Dekameter.
Hm. = Hektometer.
Km. = Kilometer.

Ml. = Meile.
Mm. = Myriameter.

□M. = Quadratmeter.
□dm. = Quadratdezimeter.
□zm. = Quadratzentimeter.
□mm. = Quadratmillimeter.

A. = Ar.
H. = Hektar.

*) Theile des Meters werden mit kleinen, Vielfache mit großen Anfangs-Buchstaben bezeichnet.

Kbm. = Kubikmeter.
Kbdm. = Kubikdezimeter.
Kbzm. = Kubikzentimeter.
Kbmm. = Kubikmillimeter.

L. = Liter.
Dl. = Dekaliter.
Hl. = Hektoliter.

Gr. = Gramm.
Dgr. = Dekagramm.
Hgr. = Hektogramm.
Klgr. = Kilogramm.

dgr. = Dezigramm.
zgr. = Zentigramm.
mgr. = Milligramm.

0 = Ruthe; ' = Fuß; " = Zoll; ''' = Linie.
□0 = Quadratruthe; □' = Quadratfuß;
□" = Quadratzoll; □''' = Quadratlinie.

Kb.0 = Kubikruthe; Kb.' = Kubikfuß;
Kb." = Kubikzoll; Kb.''' = Kubiklinie.

# Einleitung.

Hier ist ein Ofen, ein Tisch, ein Stuhl, eine Thüre ꝛc. Sämmtliche Dinge haben Länge, Breite und Dicke; man nennt sie deßhalb Körper. Körper*) heißt jedes Ding, welches diese drei Ausdehnungen hat. Nicht immer benennt man indessen diese drei Ausdehnungen in derselben Weise. So sagt man von einem Brunnen nicht, daß er hoch sei; man nennt ihn tief; ein Rohr nennt man weit, statt dick; eine Mauer heißt hoch, statt breit; einen Weg nennt man wohl auch weit, statt lang; die Walze wird nur lang und dick genannt; Dinge, die eine unbeträchtliche Dicke haben, nennt man auch dünn z. B. Papier.

Das Aeußere eines Dinges, also das, wo es anfängt und aufhört, nennt man seine Grenze. Nennet die Grenze des Zimmers; zeiget die Grenze der Tafel, des Ofens, der Thüre! Die Grenzen der Körper sind Flächen, Kanten, Ecken. Betrachtet dieses Buch! Es ist von 6 Flächen begrenzt. Wie viele Flächen begrenzen das Zimmer? Die Fläche hat nur 2 Ausdehnungen: Länge und Breite; denn hätte sie drei Ausdehnungen, so wäre sie ein Körper und könnte nicht dessen Grenze sein. Eine wirkliche Fläche können wir für sich zwar nicht darstellen, da auch das feinste Zeug, das dünnste Papier Dicke besitzen, die doch eine Fläche nicht haben darf; dennoch nennen wir z. B. Wände, Dächer, Aecker, Wiesen ꝛc. Flächen, weil wir von ihrer Dicke ganz absehen.

Eine Fläche wird durch Linien und Punkte begrenzt. Eine Linie hat nur eine Ausdehnung: die Länge. Sie ist eine Ausdehnung in

*) Eine Unterscheidung der Körper in physische und mathematische dürfte wohl auch zu machen sein.

die Länge. Es gibt viele Dinge, bei denen wir immer, oder doch oft nur auf ihre Länge sehen, z. B. ein zurückzulegender Weg, ein Stück Tuch, ein Seil ꝛc. Die Linie wird von Punkten begrenzt. Der Punkt hat keine Ausdehnung. Er ist blos eine gedachte Stelle im Raume. Man benennt ihn mit einem Buchstaben.

Die Geometrie beschäftigt sich mit Körpern, Flächen, Linien (Winkeln) und Punkten.

---

# Erster Abschnitt.

## Beschreibung gewisser Körper.

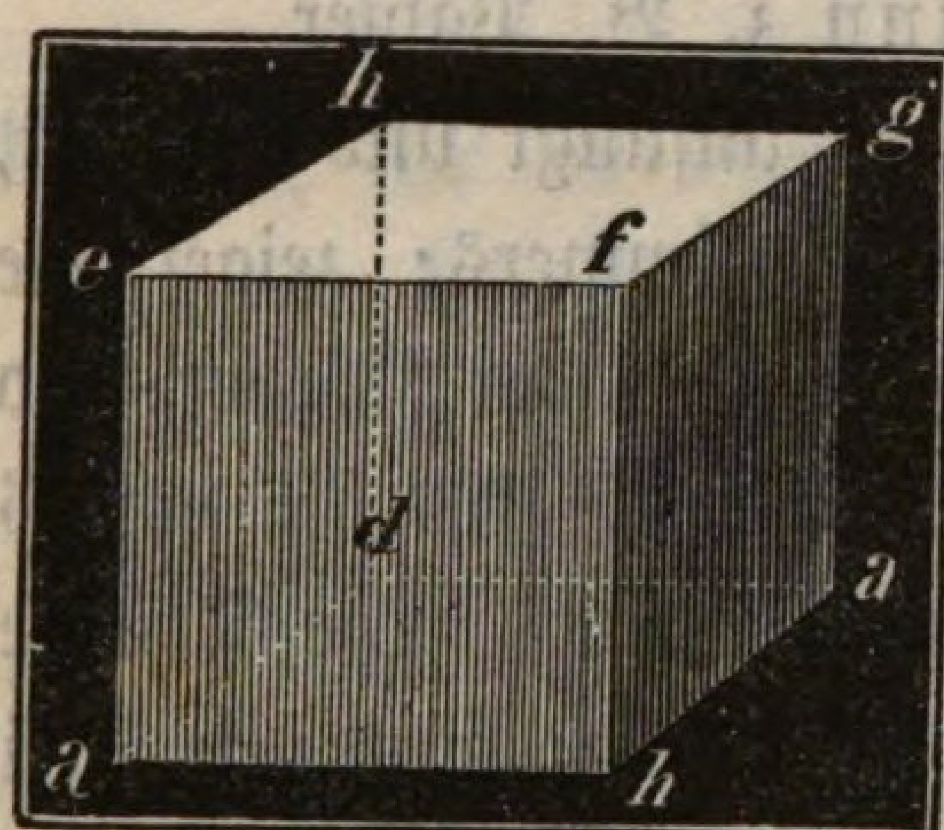
---

## Erstes Kapitel.

### Die Ecksäulen und die Rundsäule.

### A. Die Ecksäulen (Prismata oder Prismen).

Fig. a.




#### a. Der Würfel. Fig. a.

§. 1.

Beschreibung desselben nach festliegenden Punkten.*)

1) Flächen. Der Würfel ist ein Körper. Er wird von sechs unter sich gleich großen Flächen begrenzt, von welchen diejenige, auf welcher man den Körper ruhend denkt und die ihr gegenüberliegende, Grundflächen genannt werden; die andern nennt man Seitenflächen, auch blos Seiten. Der Würfel hat also 2 Grund- und 4 Seitenflächen; alle zusammen nennt man seine Oberfläche. Die Grundflächen liegen wagrecht, die Seitenflächen stehen auf ersteren senkrecht. Die Grundflächen sind gleichlaufend (parallel); von den Seiten sind nur die gegen-

*) Wir denken uns hierbei den Würfel auf einer seiner Flächen ruhend. Es versteht sich von selbst, daß mit der Lage des Würfels sich auch die Lage seiner Theile ändert.

überstehenden parallel. Alle Flächen des Würfels sind eben so lang, als breit; jede hat 4 Ecken; man nennt sie Vierecke.

2) Kanten. An dem Würfel finden sich 12 Kanten, 4 an jeder Grundfläche und vier an den Seiten. Die Kanten sind die äußeren scharfen Theile des Würfels, wo zwei Flächen zusammentreffen. Die innere Neigung, die zwei zusammenstoßende Flächen gegeneinander haben, nennt man Flächenwinkel. Sämmtliche Kanten sind einander gleich. Die an den Grundflächen sind wagrecht, die an den Seiten sind senkrecht und je zwei gegenüberstehende sind gleichlaufend.

3) Ecken. Ecken hat jeder Würfel 8, 4 an jeder Grundfläche. Sie entstehen überhaupt da, wo, wie beim Würfel, wenigstens drei Flächen zusammenstoßen. Der äußeren Ecke entspricht im Innern der Körperwinkel; zu einem Körperwinkel gehören also wenigstens 3 ebene Winkel oder drei Flächen. Die Ecken an jeder Grundfläche liegen wagrecht zu einander; die obern dagegen liegen senkrecht über den untern.

4) Winkel. In den sechs Flächen des Würfels finden sich 24 Winkel, in jeder Fläche nämlich 4. Sie entstehen durch das Zusammentreffen zweier Kanten; man nennt sie Linienwinkel. Auch sie sind einander gleich; denn bei jedem trifft eine Kante genau in derselben Art auf eine andere.

5) Achsen. Gerade Linien, welche die Mittelpunkte zweier gegenüberstehender Flächen mit einander verbinden, sind beim Würfel 3 möglich, ebenso 6, welche die Mitten der gegenüberliegenden Kanten und 4, welche die gegenüberliegenden Ecken mit einander verbinden. Man nennt sämmtliche so gezogene gerade Linien Achsen und zwar beziehungsweise Flächen-*), Kanten- und Eckenachsen.

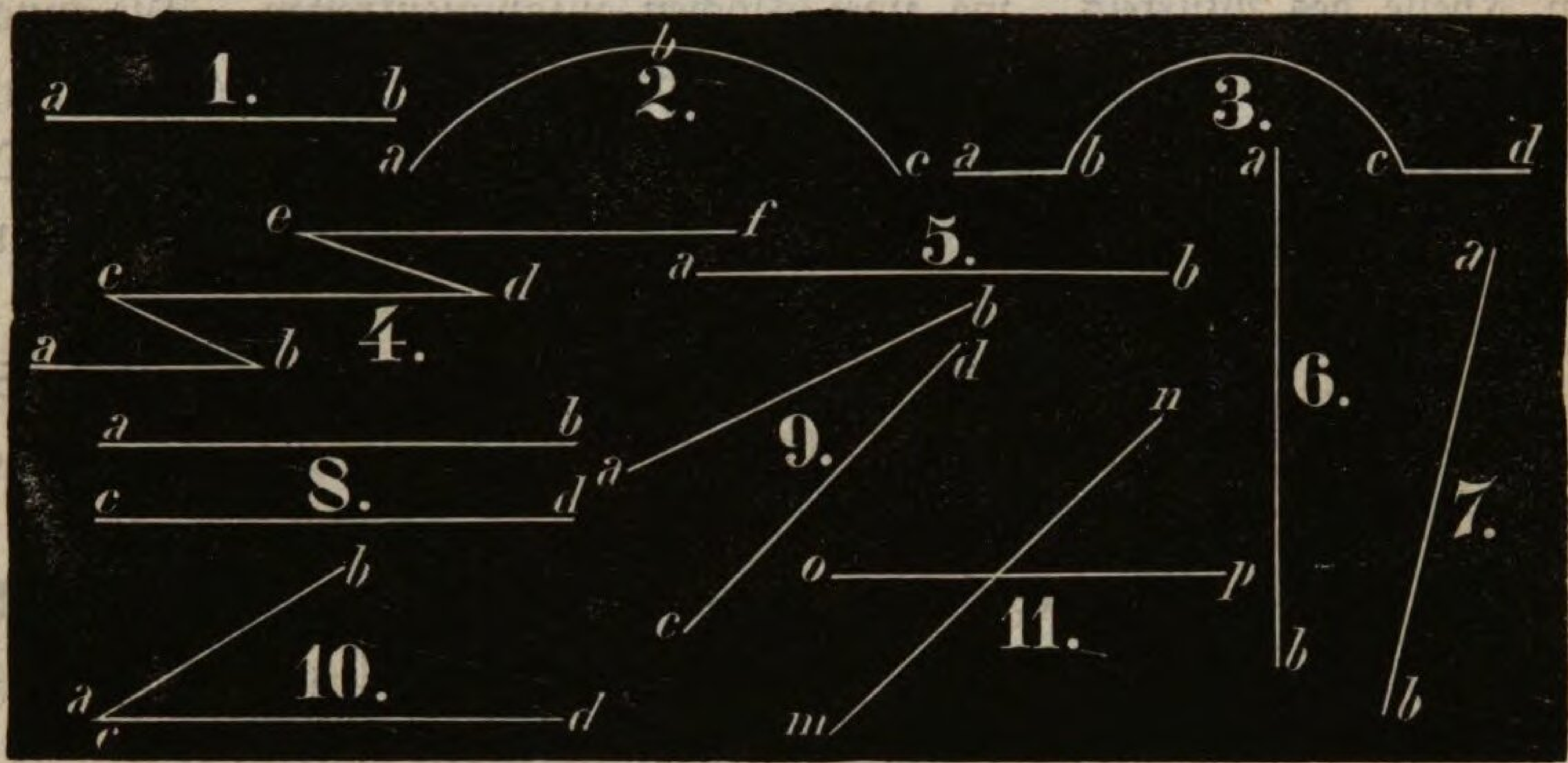
## §. 2.

### Erklärung der in vorstehender Beschreibung vorkommenden Benennungen.

Eine Linie wird mit 2 an ihren Endpunkten stehenden Buchstaben bezeichnet.

*) Die Flächenachsen sind einander gleich und aufeinander senkrecht; die, welche die beiden Grundflächen mit einander verbindet, heißt die Hauptachse; die anderen heißen Nebenachsen.

1) Gerad ist die Linie, wenn sie die einmal angenommene Richtung stets beibehält,*) oder wenn zwei in ihr angenommene Punkte bei einer ganzen oder theilweisen Drehung der Linie um sich selbst keine Verrückung ihrer Lage erleiden. a b Fig. 1.




2) Krumm ist eine Linie, wenn sie mit jedem Punkte ihre Richtung ändert. a b c Fig. 2.

3) Gemischt nennt man eine Linie, wenn sie aus geraden und krummen Linien zusammengesetzt ist. a b c d Fig. 3.

4) Zickzackförmig heißt eine Linie, wenn sie ihre Richtung eine Zeit lang beibehält, dann plötzlich ändert, dann aber wieder beibehält ꝛc. a b c d e f Fig. 4.

5) Wagrecht nennt man jede gerade Linie, welche die Richtung eines im Gleichgewichte stehenden Wagebalkens hat. Warum auch wasserrecht und horizontal? a b Fig. 5.

6) Senkrecht (⊥) ist jede Linie, welche die Richtung eines frei herabhängenden Senkbleies hat. Warum auch vertikal, lothrecht, perpendikulär? a b Fig. 6.

7) Jede Linie, die weder senkrecht noch wagrecht ist, die also eine mehr oder weniger geneigte Lage hat, nennt man schief. a b Fig. 7.

---

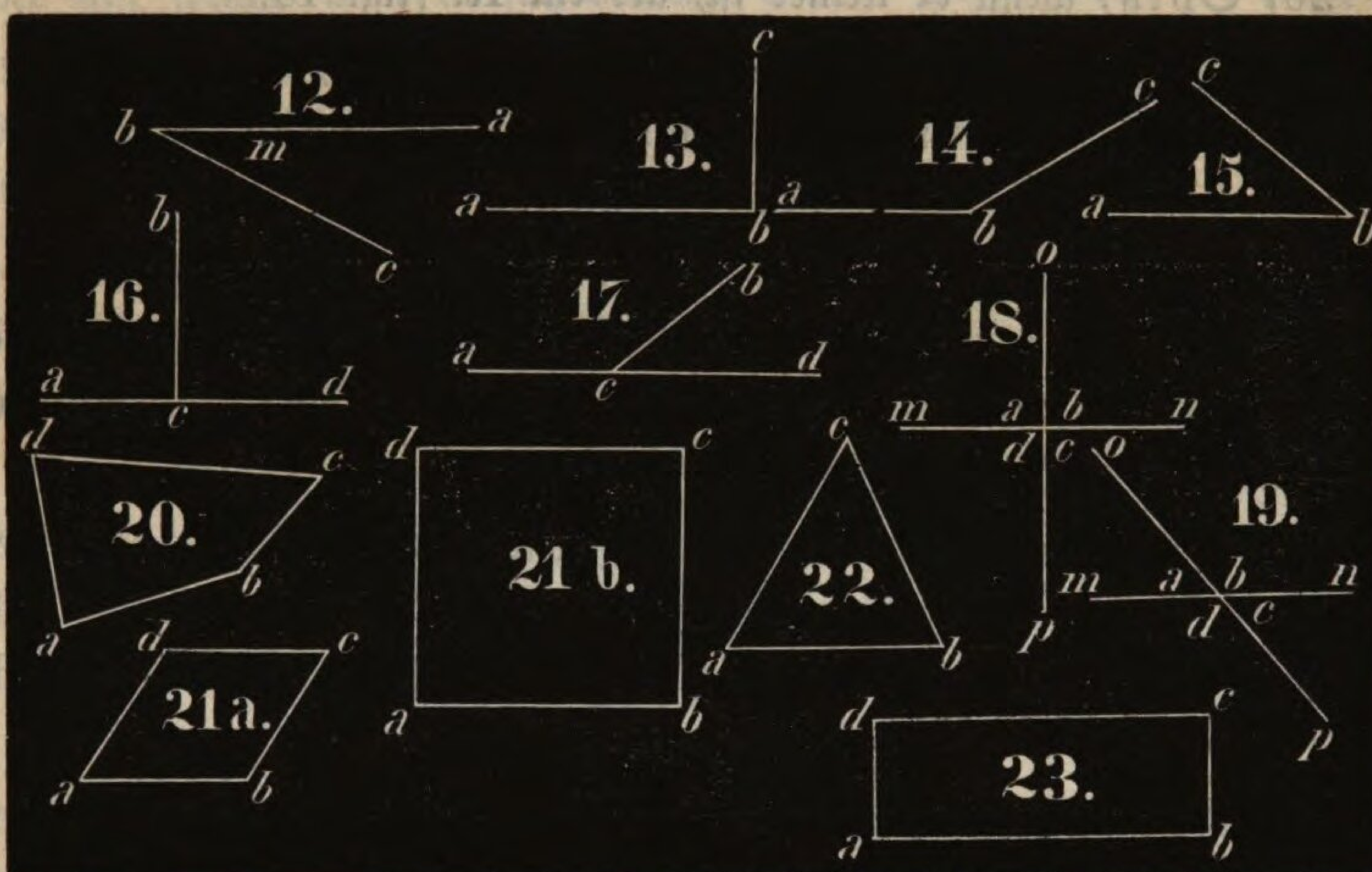
*) Man findet auch oft noch folgende Erklärungen der geraden Linie: „Sie ist eine solche, wobei jeder Theil die ganze Linie vorstellen kann; wo jeder Theil der ganzen ähnlich ist; bei der alle Theile dieselbe Lage haben“ u. s. w. Daß die meisten dieser Erklärungen nicht stichhaltig sind, geht schon daraus hervor, daß meist das zu Erklärende vorausgesetzt wird, wie die Wörter: Lage und Richtung beweisen.

8) Gleichlaufend (parallel) sind Linien, die so neben einander herlaufen, daß sie sich weder nähern, noch von einander entfernen; richtiger: die überall ihren ursprünglichen Abstand behalten. **a b** und **c d** Fig. 8.

9) Im Gegentheile sind sie ungleichlaufend. **a b** und **c d** Fig. 9.

10) Ungleichlaufende Linien werden sich, gehörig verlängert, treffen oder schneiden. **a b** und **c d** Fig. 10 und **m n** und **o p** Fig. 11.

11) Das unter Nr. 8, 9 und 10 Gesagte gilt auch von Flächen.




12) Trifft eine gerade Linie **a b** mit einem ihrer Endpunkte (**a**) auf den Endpunkt (**c**) einer andern **c d**; so entsteht ein Winkel **b a d** oder **b c d** Fig. 10. Wie entsteht also ein Winkel?

13) Die Linien, welche durch ihr Zusammentreffen den Winkel bilden, **a b** und **c d** in Fig. 10 heißen Schenkel des Winkels, und der Punkt, wo sie sich treffen (**c** oder **a**), wird Scheitel oder Spitze des Winkels genannt.

14) Die Neigung der beiden Schenkel nennt man Winkel, auch Winkelraum oder Winkelfläche.

15) Man bezeichnet den Winkel entweder mit 3 Buchstaben und zwar so, daß der an der Spitze stehende in die Mitte genannt wird, z. B. **a b c** Fig. 12 oder mit einem Buchstaben, den man in die Oeffnung oder an die Spitze des Winkels setzt z. B. **m** Fig. 12.

16) Die Winkel sind einer zweifachen Betrachtung fähig, nämlich: in Rücksicht ihrer Größe und in Rücksicht ihrer gegenseitigen Lage.

17) Trifft eine Linie mit einem ihrer Endpunkte auf einen Endpunkt einer anderen Linie senkrecht, so entsteht ein rechter Winkel*) (bezeichnet mit R). a b c Fig. 13.

18) Trifft eine Linie aber schief auf eine zweite, so entsteht ein schiefer Winkel. a b c Fig. 14 und 15.

19) Stumpf heißt dieser schiefe Winkel, wenn er größer, Fig. 14.

20) Spitz, wenn er kleiner ist, als ein R. Fig. 15.

21) Trifft eine gerade Linie mit dem einen ihrer Endpunkte zwischen die Endpunkte der andern, so entstehen zwei Winkel, die beide rechte, aber auch beide schiefe sein können. Fig. 16 und 17.

22) Sie haben einen Schenkel gemein (b c) und ihre anderen Schenkel bilden eine gerade Linie (a d). Man nennt solche Winkel Nebenwinkel. a c b und b c d Fig. 16 und 17. Was sind demnach Nebenwinkel?

23) Schneidet aber eine Gerade eine zweite, daß also Theile der einen auf beiden Seiten der andern liegen; so entstehen 4 Winkel, die alle 4 rechte a, b, c, d, Fig. 18, aber auch alle 4 schiefe sein können. a, b, c, d, Fig. 19.

24) Man nennt solche Winkel, die nur einen gemeinschaftlichen Scheitel haben und deren Schenkel wechselweise oder auch in entgegengesetzter Richtung gerade Linien bilden, Scheitelwinkel, a und c, sowie b und d Fig. 19. Wie entstehen Scheitelwinkel und welche Winkel heißen Scheitelwinkel?

25) Eine Figur wird mit so vielen Buchstaben bezeichnet, als sie Seiten oder Winkel hat; Vierecke benennt man auch oft mit 2 gegenüberstehenden Buchstaben, z. B. a b c d oder a c oder b d Fig. 20.

26) Gleichseitig nennt man jede Figur, die lauter gleiche Seiten hat. a b c d Fig. 21a.

---

*) Der rechte Winkel kommt im Praktischen viel häufiger vor, als der schiefe; die meisten Handwerksleute (Schreiner, Zimmermann, Schlosser, Buchbinder, Glaser, Maurer, Steinhauer) arbeiten darnach, und wenn sie vom Winkel sprechen, so meinen sie fast immer den rechten; sie sagen: „im Winkel stehen, winkelrecht ꝛc." und meinen dann den rechten Winkel. Im Schätzen des rechten Winkels ist also das Augenmaß besonders zu üben.

27) Hat sie außer den gleichen Seiten auch noch gleiche Winkel, so heißt sie regelmäßig. a b c d Fig. 21b und a b c Fig. 22.

28) Rechteck heißt jedes Viereck mit 4 R, z. B. a b c d Fig. 21b oder a b c d Fig. 23.

29) Quadrat heißt jedes gleichseitige Rechteck. Fig. 21b.

30) Achse nennt man jede Gerade, um die ein Ding sich dreht, oder um welche man es sich drehend denkt. Sowohl um die Flächen-, Kanten-, als auch Eckenachsen würde der Würfel sich drehen können, da zu beiden Seiten jeder solcher Achsen gleich viele Theile des Würfels liegen.

31) Der Würfel ist ein Körper, der von 6 gleich großen Quadraten begrenzt wird, der also eben so hoch, als lang und breit oder dick ist.

32) Ein Körper, der von 6 verschobenen Quadraten (Rhomben) begrenzt wird, heißt Rhomboëder.

## §. 3.

## Fragen und Aufgaben *)

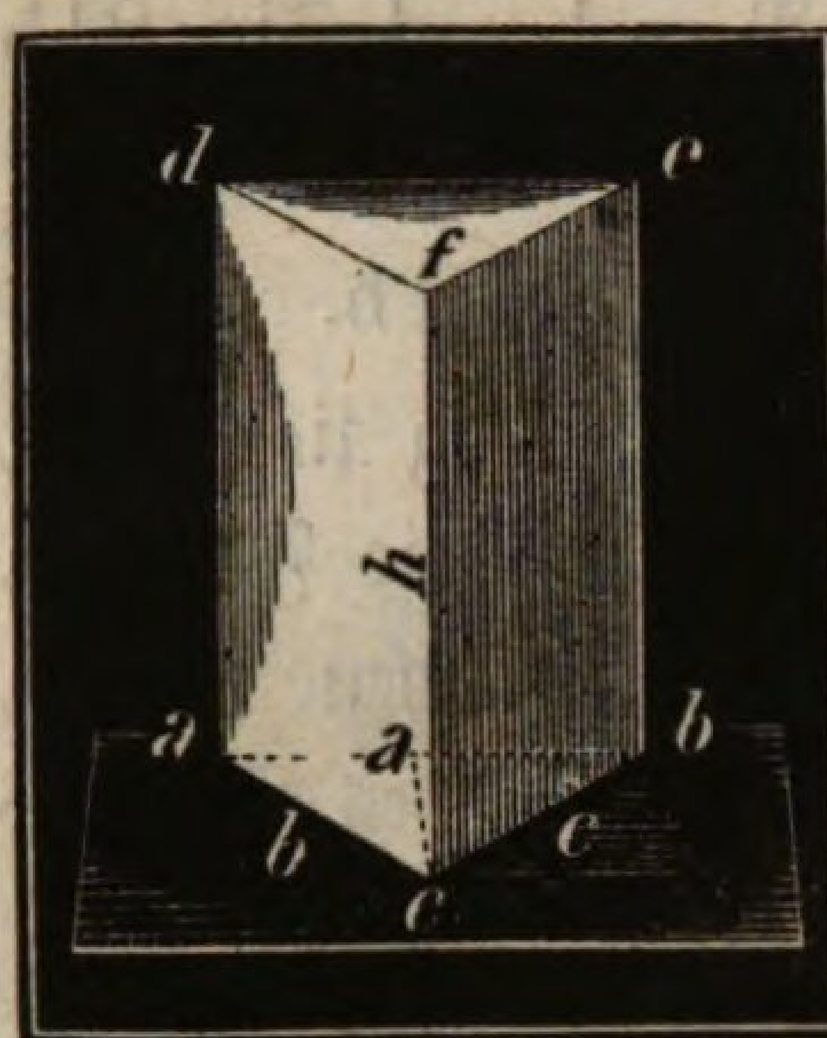
Nennet Körper, die von 6 Flächen begrenzt werden! Gebet die Lage und gegenseitige Größe dieser Flächen an! Zeiget, wo senkrechte Kanten und Flächen auf wagrechten stehen! Zeiget auch die hierbei entstehenden Linien-, Flächen- und Körperwinkel! Wo befinden sich gleichlaufende Linien und Flächen? wo ungleichlaufende? Welche Linien scheinen ungleichlaufend zu sein? (Häuserreihen in langen Straßen, Bäumereihen einer Allee ꝛc.) Zeichnet mit und ohne Lineal wagrechte Linien von rechts nach links und umgekehrt! senkrechte Linien von oben nach unten und umgekehrt! Ziehet wagrechte, senkrechte und schiefe Parallellinien! Stellet alle oben bemerkte Winkel dar! Ziehet eine Zickzacklinie! Stellet 4 Punkte in gleicher Entfernung wagrecht neben- und senkrecht über einander dar! Verbindet sie mit und ohne Lineal durch gerade Linien! Machet ein Viereck mit 4 gleichen Seiten und 4 rechten Winkeln (ein Quadrat)! Stellet 4 solcher Quadrate auf eine Gerade nebeneinander; setzt ein fünftes auf eins und hängt ein sechstes an ein solches Quadrat!

---

*) Der Lehrer benutze das Nachstehende zu Wiederholungsfragen.

**b. Die dreiseitige Eckſäule*)** (das dreiseitige Prisma). Fig. b.

Fig. b.



§. 4.

Beſchreibung der ſenkrechten, regelmäßigen dreiſeitigen Eckſäule.

1) Flächen. Die ſenkrechte dreiſeitige Eckſäule iſt ein Körper. Sie wird von 5 Flächen, von 2 Grund- und 3 Seitenflächen oder Seiten begrenzt. Die Grundflächen ſind Dreiecke, die Seiten ſind Rechtecke. Die Grundflächen liegen parallel zu einander und ſind einander gleich; die Seiten ſtehen ſenkrecht auf den Grundflächen und ſind auch einander gleich. Da ſich aber jede mit jeder ſchneidet oder trifft, ſo können ſie nicht gleichlaufend ſein.

2) Kanten. Kanten (Flächenwinkel) hat die dreiſeitige Eckſäule 9, an jeder Grundfläche 3 und 3 an den Seiten. Die an den Grundflächen liegen wagrecht, die an den Seiten ſtehen ſenkrecht auf den Enden der Grundkanten. Die Kanten an einer Grundfläche ſind einander gleich, treffen ſich aber gegenſeitig und können alſo nicht gleichlaufend ſein; die an den Seiten ſind nicht allein gleich groß, ſondern auch gleichlaufend. Die Seitenkanten ſind bei der gewöhnlichen, ſenkrechten dreiſeitigen Eckſäule größer, als die Grundkanten; ſind ſie den Grundkanten aber gleich oder gar kleiner als dieſelben, ſo heißt der Körper eine dreiſeitige Tafel. Fig. 57.

3) Ecken. Die dreiſeitige Eckſäule hat 6 Ecken (Körperwinkel), an jeder Grundfläche 3. Es ſind dieß auch hier diejenigen Punkte, wo eine Seitenkante und je zwei Grundkanten zuſammentreffen. Die Ecken einer Grundfläche liegen wagrecht gleich weit aus einander. Eine obere aber liegt ſenkrecht über einer untern.

4) Winkel. In den Flächen der dreiſeitigen Eckſäule finden ſich 18 Linienwinkel, in jeder Seite 4 und in jeder Grundfläche 3. Die Winkel in den Seiten ſind rechte, die in den Grundflächen aber ſpitze; auch dieſe letztern ſind unter einander gleich.

5) Achſen. Bei der dreiſeitigen Eckſäule iſt wohl eine Flächen-, aber

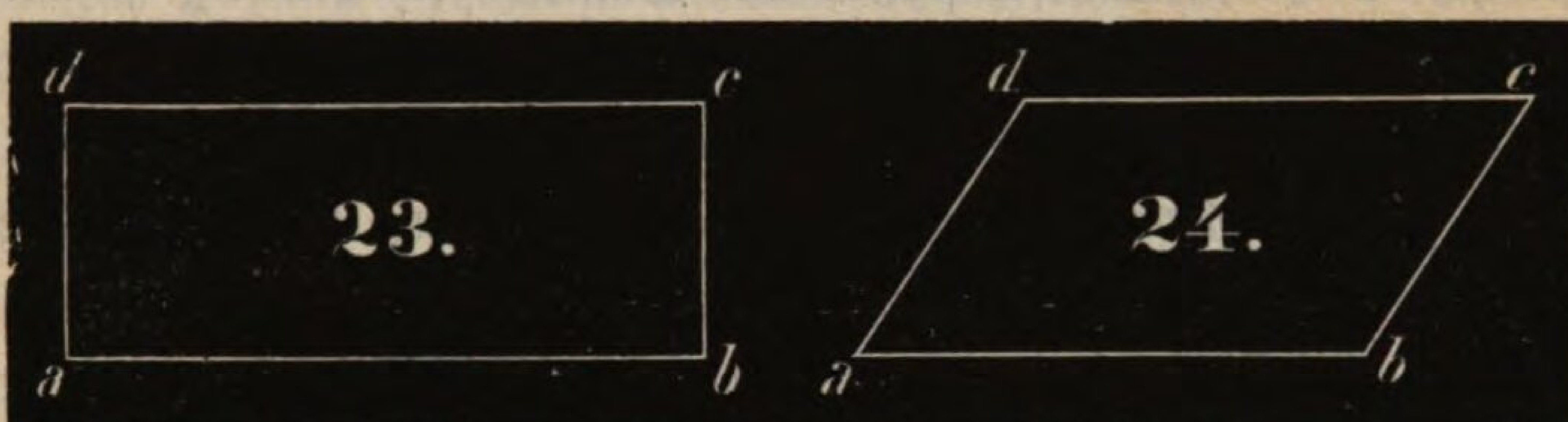
*) Wir ſtellen ſie uns bei der Betrachtung als auf ihrer Grundfläche ruhend vor.

keine Ecken= und keine Kantenachse möglich; wohl könnte man aber 3 Flächen=Kanten= und ebenso 3 Ecken=Kantenachsen ziehen.

Anmerkung. Der Lehrer wird wohl thun, auch noch die folgenden Prismen (das 4=, 5=, 6seitige ꝛc.) beschreiben zu lassen. Es wird sich indessen wenig Neues zeigen, ausgenommen die Grundflächen, die bekanntlich regelmäßige 3=, 4=, 5=, 6ecke ꝛc. sind. Sind jedoch die Prismen schief, so ändert sich Manches in der Form und Lage der Theile, bei den Winkeln auch an der Größe.

## §. 5.

## Erklärungen.



1) Eine auf drei Seiten begrenzte Flächenfigur heißt Dreieck (bezeichnet mit △) a b c Fig. 22.

2) Ein △ mit drei gleichen Seiten heißt gleichseitig. a b c Fig. 22. Wann ist ein △ recht=, spitz= oder stumpfwinkelig?

3) Ein Parallelogramm ist ein Viereck, worin die gegenüberstehenden Seiten parallel sind. a b c d oder a c oder b d Fig. 23 oder 24.

4) Schiefeck oder schiefwinkeliges Parallelogramm nennt man es, wenn die gegenüberstehenden Winkel schiefe sind. a b c d Fig. 24.

5) Prismen (regelmäßige, senkrechte oder schiefe), sind Körper, welche zwei gleich große und gleichlaufende Grundflächen und Parallelogramme zu Seitenflächen haben.

## §. 6.

## Vergleichung*) der dreiseitigen Ecksäule mit dem Würfel.

### a. Allgemeine Vergleichung.

1) Flächen. Der Würfel hat 6 Flächen; die dreiseitige Ecksäule nur 5. Sämmtliche Seiten des Würfels sind Quadrate und alle unter=

*) Es wird gut sein, hier dieselbe Reihenfolge zu beobachten, wie bei der Beschreibung der Körper. Dann ist's gewiß gut, wenn dieser Vergleichungen recht viele gemacht werden.

einander gleich; die Seitenflächen der dreiseitigen Ecksäule sind Rechtecke und wenn sie schief ist, ist eine ein Rechteck und zwei sind Schiefecke; ihre Grundflächen sind gleichseitige Dreiecke. Die Grundflächen des Würfels sind parallel; die der Ecksäule auch; die gegenüberstehenden Seiten des Würfels sind auch parallel; die Seiten der Ecksäule nicht; die Seiten des Würfels stehen senkrecht auf den Grundflächen; bei der Ecksäule auch.

2) Kanten. Der Würfel hat 12 Kanten; die Ecksäule 9; die Kanten des Würfels sind alle einander gleich; die an der Ecksäule nicht; hier sind nur die Grundkanten unter sich, sowie die Seitenkanten unter sich gleich. Bei dem Würfel stoßen alle Kanten rechtwinkelig zusammen, bei der Ecksäule nur die Seitenkanten mit den Grundkanten; die Grundkanten selbst stoßen unter spitzen Winkeln zusammen.

3) Ecken. Ecken hat der Würfel 8; die Ecksäule nur 6; sie werden bei beiden Körpern durch das Zusammenstoßen dreier Ecken gebildet. Die Ecken an einer Grundfläche des Würfels liegen gleich weit von einander entfernt, ebenso bei der Ecksäule. Beim Würfel liegt eine obere Ecke eben so weit von der andern, als von der entsprechenden untern; bei der Ecksäule liegen die Kanten an einer Grundfläche näher, als zur entsprechenden untern.

4) Winkel. Der Würfel hat 24 Linienwinkel; die Ecksäule nur 18. Die Winkel des Würfels sind alle rechte; die der Ecksäule theils rechte, theils spitze; jedoch sind auch die spitzen Winkel unter einander gleich, wie es ja auch die R. sind. Bei den Winkeln des Würfels sind alle Schenkel von gleicher Länge; bei der Ecksäule nur an den Grundflächen; die Winkel in den Seiten haben ungleichlange Schenkel.

5) Achsen. Beim Würfel gab es 3 Flächen-, 6 Kanten- und 4 Eckenachsen; bei der Ecksäule gibt es nur eine Flächen-, dagegen keine Kanten- und keine Eckenachsen; wohl fanden sich hier 3 Flächen-Kanten- und 6 Kanten-Eckenachsen.

### b. Zusammenstellende Vergleichungen. *)

1) Der Würfel hat 2 Flächen mehr, als Seiten; die Ecksäule auch.

2) „ „ „ 3mal so viel Kanten, als Seiten; „ „ „

---

*) Es kommen hier 5 Dinge zur Vergleichung, nämlich Flächen, Seiten, Kanten, Ecken und Winkel. Da man nun Jedes mit Jedem vergleichen kann, so gibt es auch 5 × 4 = 20 solcher Vergleichungen. Die oben fehlenden erhält man durch Umkehrung der betreffenden Verhältnisse.

3) Der Würfel hat 2mal so viel Ecken, als Seiten; die Ecksäule auch.
4) „ „ „ 6mal so viel Winkel, „ „ „ „ „
5) „ „ „ halb so viel Flächen, als Kanten; die Ecksäule auch, wenn man die Kanten um 1 vermehrt.
6) „ „ „ $^3/_4$mal so viel Flächen, als Ecken; die Ecksäule $^5/_6$mal so viel.
7) „ „ „ $^1/_4$mal so viel Flächen, als Winkel; die Ecksäule $^5/_{18}$mal so viel.
8) „ „ „ $^3/_2$mal so viel Kanten, als Ecken; die Ecksäule auch.
9) „ „ „ $^1/_2$mal so viel Kanten, als Winkel; „ „ „
10) „ „ „ $^1/_3$mal so viel Ecken, als Winkel; „ „ „

In welchen Punkten stimmt also der Würfel mit der Ecksäule überein und in welchen nicht, und wie heißen diese 10 Vergleichungen umgekehrt und in Worten ausgedrückt?

### §. 7.

### Fragen und Aufgaben.

Wo befinden sich Dinge, die als Dreiecke, Parallelogramme, dreiseitige Prismen angesehen werden? (Giebelwand). Stellet 3 Punkte in gleich weiter Entfernung von einander dar! Verbindet sie mit und ohne Lineal durch Gerade! Zeichnet ein gleichseitiges Dreieck, ein Parallelogramm (#gr.), ein Rechteck, in dem blos die gegenüberstehenden Seiten gleich sind! Stellet Dreiecke, Schiefecke, Rechtecke in den verschiedenen Lagen dar! Stellet 3 Rechtecke von gleicher Länge und Breite auf eine Gerade unmittelbar nebeneinander, hänget an eines ein gleichseitiges △, dessen Seiten gleich der Breite eines Rechtecks sind, setzet auch ein gleiches △ auf die Breite eines solchen Rechteckes! Zeichnet regelmäßige 4=, 5=, 6ecke &c.

## B. Die Rundsäule oder Walze (der Cylinder)*). Fig. c.

### §. 8.

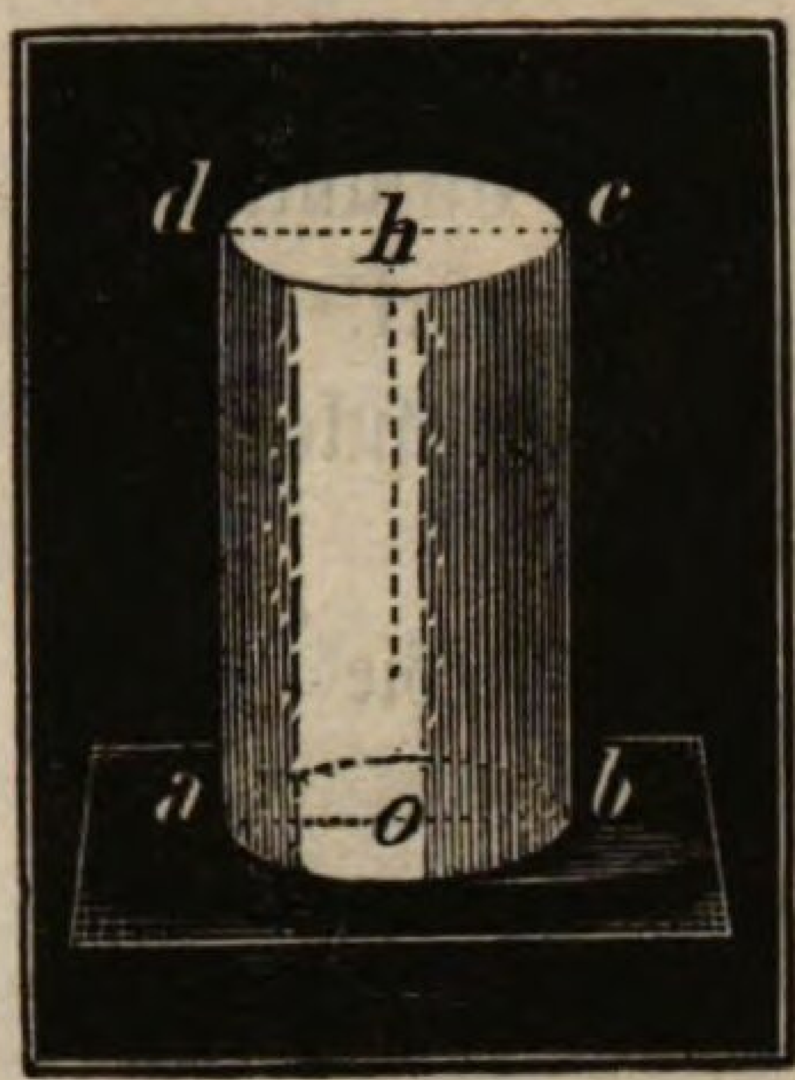
### Beschreibung derselben.

1) Flächen. Die Rundsäule ist ein Körper. Sie hat nur 3 Flächen: 2 Grund= und 1 Seitenfläche. Die Grundflächen sind so beschaffen, daß jeder Punkt ihres Umfanges von einem Punkte im Innern der Fläche

---

*) Wir denken uns den senkrechten Cylinder bei der Betrachtung auf seiner Grundfläche ruhend.

Fig. c.




gleichweit entfernt ist; man nennt sie darum Kreise. Sie sind unter einander gleich groß und zu einander wagrecht gleichlaufend, wenn der Cylinder steht; liegt er, so sind sie senkrecht gleichlaufend. Die Seitenfläche ist nach einer Seite gekrümmt und steht meistens senkrecht auf der Grundfläche, und dann heißt auch der Cylinder senkrecht.*) Wenn man die krumme Seitenfläche des senkrechten Cylinders abwickelte**), würde man ein Rechteck erhalten, das eben so lang wäre, als der Cylinder hoch ist, und das eine Breite hätte, die dem Umfang der Grundflächen des Cylinders gleich wäre.

2. Kanten. Eine Rundsäule hat nur 2 krummgebogene Kanten. Es sind dieß auch hier die Linien, in denen sich 2 Flächen (Seiten- und Grundflächen) vereinigen. Diese Kanten sind einander gleich und zu einander gleichlaufend. Diesen Kanten entsprechen im Innern 2 Flächenwinkel.

3) Ecken. Keine Rundsäule hat Ecken, darum auch keine Körperwinkel.

4) Winkel. Da sich bei der Rundsäule keine geraden Kanten finden, so hat sie auch keine Linienwinkel.

5) Achsen. Die Gerade, welche die Mittelpunkte der beiden Grundflächen mit einander verbindet, heißt beim senkrechten Cylinder vorzugsweise die Achse. Eine zweite Achse würde die krumme Seitenfläche in 2 Punkten und die eigentliche Achse in der Mitte rechtwinkelig treffen.

## §. 9.

### Erklärungen.

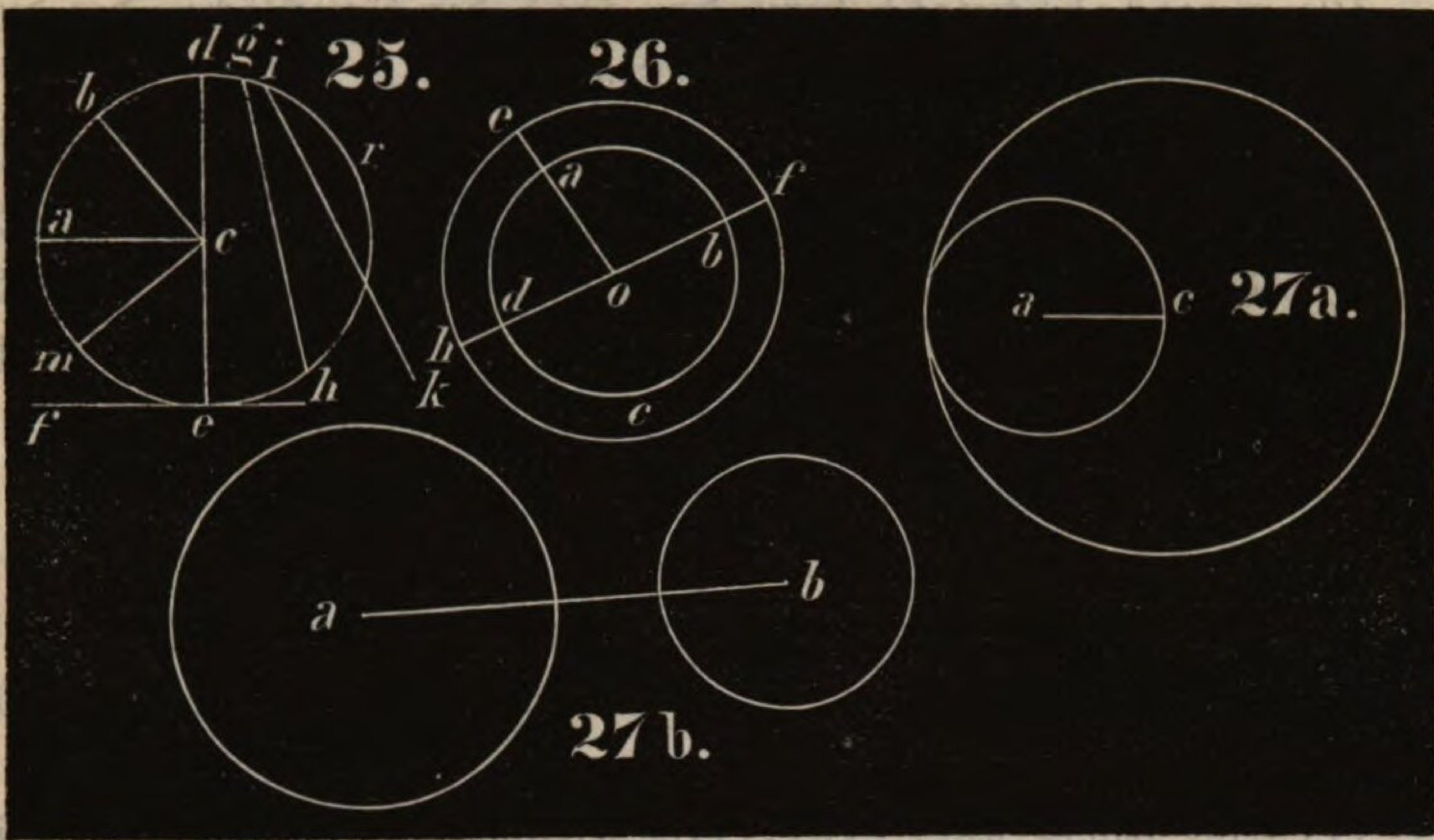
1) Ein Kreis ist eine ebene Fläche, welche von einer krummen Linie so begrenzt wird, daß jeder Punkt dieser Krummen von einem Punkt innerhalb der Fläche gleichweit entfernt ist. **a b d g i r h e** Fig. 25.

2) Die krumme Linie, welche den Kreis begrenzt, heißt Umfang, Umfangslinie (Peripherie = p) des Kreises und wird gewöhnlich durch p bezeichnet. (Fig. 25.)

---

*) Wann wird man den Cylinder schief nennen?

**) Man kann dieß auch recht gut an einem zusammengerollten, rechteckförmigen Papierblatt zeigen. Ein solches Blatt kann man auch passend um einen Cylinder legen. Beides versäume man ja nicht.




3) Mittelpunkt (Centrum = c) heißt derjenige Punkt innerhalb der Kreisfläche, von welchem alle Punkte der Peripherie gleichweit entfernt sind. c Fig. 25.

4) Halbmesser (Radius = r) heißt diejenige gerade Linie, welche vom Mittelpunkte bis zur Peripherie geht. a c oder b c Fig. 25.

5) Durchmesser (Diameter = d) heißt die gerade Linie, welche von einem Punkte der Peripherie zum gegenüberstehenden durch den Mittelpunkt geht. d e Fig. 25. Der Durchmesser ist gleich zwei Halbmessern; kurz ausgedrückt d = 2r.

6) Sehne (Chorde) nennt man jede Gerade, welche von einem Punkte der Peripherie zum gegenüberstehenden geht, ohne durch den Mittelpunkt gehen zu müssen. g h oder d e Fig. 25. Der Durchmesser ist also auch eine Sehne.

7) Berührungslinie (Tangente) nennt man jede Gerade, welche in dem Endpunkte eines Halbmessers steht, mit dem Kreise also nur einen Punkt gemein hat. f e Fig. 25.

8) Schneidelinie (Secante) nennt man jede Gerade, die den Kreis schneidet. i k Fig. 25.

8b) Bogen ist ein jeder beliebige Theil des Kreisumfanges. a b oder b d oder a d oder g m 2c. Fig. 25.

9) Kreisausschnitt heißt derjenige Theil der Kreisfläche, welcher zwischen zwei Halbmessern und dem betreffenden Bogen liegt. a c b Fig. 25.

10) Kreisabschnitt heißt der Theil der Kreisfläche, der durch eine Sehne abgeschnitten wird. g r h Fig. 25.

11) Quadrant ist der 4te Theil der Kreisfläche. a c e Fig. 25.

12) Sextant „ „ 6te „ „ „ a c m Fig. 25.

13) Kreise von einerlei Mittelpunkt heißen concentrisch. Fig. 26.

14) Ein Kreisring ist diejenige Fläche, welche zwischen den Umfängen zweier concentrischer Kreise liegt. a b c d e f h Fig. 26.

15) Kreise von verschiedenen Mittelpunkten heißen excentrisch. Fig. 27 a und b. a c und a b heißen Mittelpunkts- (Central) Linie.

16) Eine Fläche heißt eben, wenn man nach allen Richtungen Gerade ziehen kann, die ganz in die Fläche fallen, z. B. die Seiten des Würfels. Im Gegentheil ist sie gekrümmt.

17) Eine Fläche heißt einseitig gekrümmt, wenn nach einer Richtung solche Geraden möglich sind, z. B. die Seitenfläche des Cylinders.

18) Ein senkrechter Cylinder ist ein Körper, welcher von 2 gleich großen und gleichlaufenden Kreisen als Grundflächen und von einer einseitig gekrümmten Seitenfläche so begrenzt wird, daß alle Punkte dieser krummen Seite gleichweit von der Achse des Cylinders entfernt sind.

## §. 10.

### Vergleichung der Rundsäule mit den Ecksäulen.

1) Flächen. Alle Prismen haben zwei gleich große und gleichlaufende Grundflächen, und wenn sie senkrecht sind, Rechtecke zu Seiten; auch der Cylinder hat zwei gleich große und gleichlaufende Grundflächen und eine einfach gekrümmte Seitenfläche, die, abgewickelt, auch ein Rechteck ist. Man kann aber eben so gut annehmen, er habe unendlich viele und darum auch unendlich schmale Rechtecke zu Seitenflächen. Die Seiten der Ecksäule stehen senkrecht auf den Kanten der Grundflächen; beim Cylinder steht ebenfalls die Seitenfläche senkrecht auf dem Rande der Grundflächen. Die Grundflächen der Ecksäule sind regelmäßige Drei-, Vier- oder Vielecke; die der Rundsäule sind auch regelmäßige Vielecke und zwar von unendlich vielen Seiten; sie sind Kreise. Die gegenüberstehenden Seitenflächen der Ecksäulen von grader Seitenzahl sind #; die krumme Seite der Rundsäule ist in allen ihren Theilen von der Achse gleichweit entfernt; die Ecksäulen haben überall dieselbe Dicke; die Rundsäule ebenfalls.

2) Kanten. Die Eckſäulen haben dreimal ſo viel Kanten, als Seiten; die Rundſäule nur zweimal ſo viel; die Kanten der Eckſäulen ſind geradlinig; die der Rundſäule ſind rund; die Kanten der obern Grundfläche bei der Eckſäule ſind ∥ den gegenüberliegenden an der untern; bei der Rundſäule ſind die beiden runden Kanten auch ∥. Bei beiden Körpern ſind auch die Kanten gleich groß. Da die Rundſäule keine geradlinigen Kanten und darum auch keine Ecken und Winkel hat, ſo kann ſie in dieſem Betreffe auch nicht mit der Eckſäule verglichen werden. Denkt man ſich aber, die Rundſäule habe unendlich viele Seiten; ſo ſtimmt ſie in Allem mit der betreffenden Eckſäule überein. „Die Rundſäule iſt eine Eckſäule von unendlich vielen Seiten."

§. 11.

Fragen und Aufgaben.

Nennet viele Gegenſtände, welche die Formen einer Rundſäule haben! Nennet einſeitig gekrümmte Flächen! (die des Ofenrohrs). Bei welchen Werkzeugen und Geräthſchaften findet man vorzüglich die Kreisform? Beſchreibt mit einer beliebigen Cirkelöffnung einen Kreis, ziehet einen Halb- und Durchmeſſer, eine Sehne, eine Berührungslinie, eine Schneidelinie, einen Kreisausſchnitt, einen Kreisring, einen Bogen, einen Quadranten, einen Sextanten! Was kann man in Rückſicht der Größe des Umfanges, des Durchmeſſers, des Halbmeſſers concentriſcher Kreiſe allemal behaupten? Auch von Kreiſen, die verſchiedene Mittelpunkte haben? Zeichnet ein Rechteck und an beide Seiten, welche die Breite des Rechtecks angeben, einen Kreis, deſſen Umfang gleich der Breite des Rechtecks iſt!

## Zweites Kapitel.

## Die Spitzſäulen (Pyramiden) und der Kegel (Conus).

### A. Die Spitzſäulen (Pyramiden).

### a. Die dreiſeitige, regelmäßige Pyramide. Fig. d.

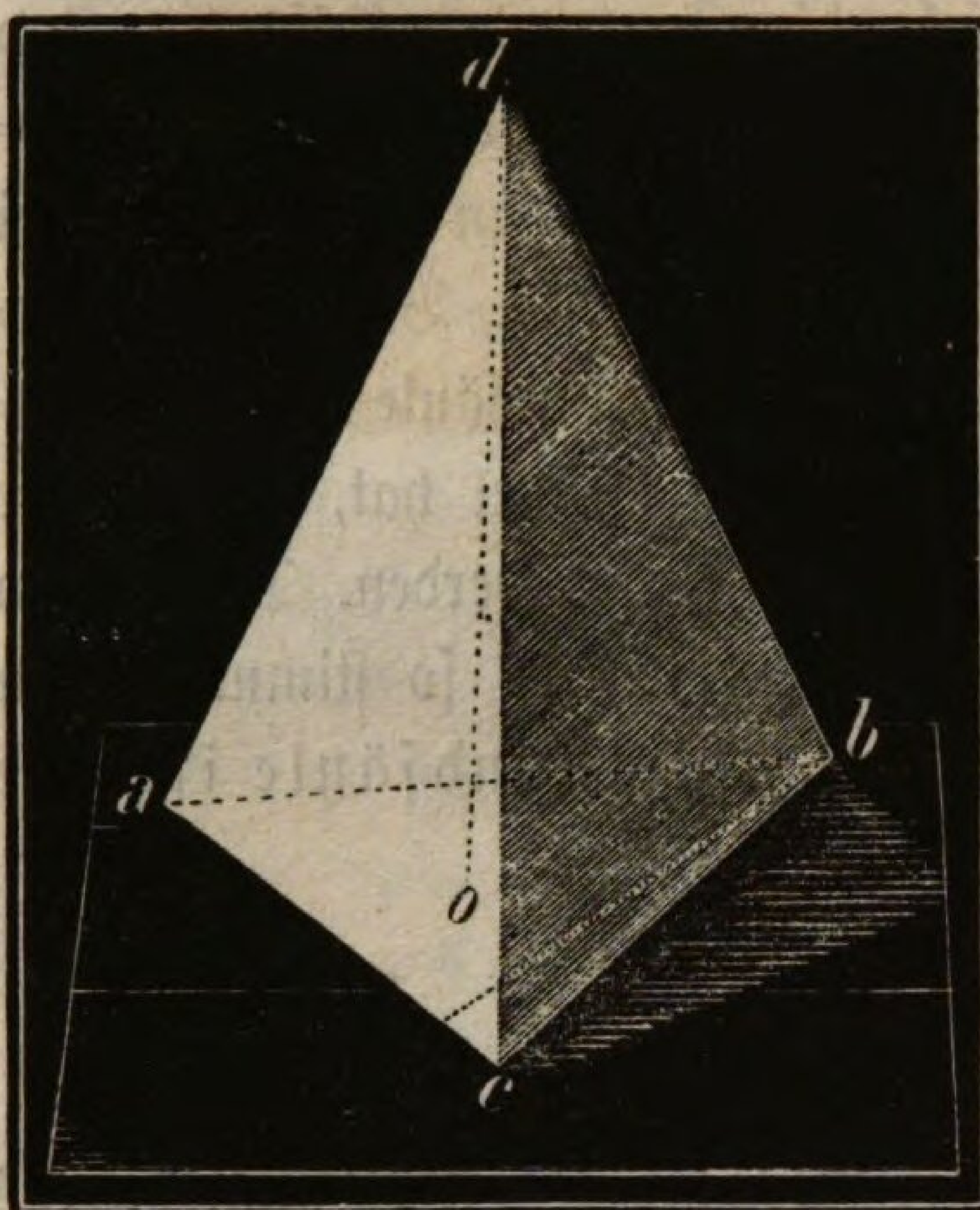
§. 12.

Beſchreibung derſelben.*)

1) Flächen. Die dreiſeitige Pyramide iſt ein Körper; ſie hat 4 Flächen: eine Grund- und drei Seitenflächen. Die Grundfläche iſt ein

*) Wir denken uns eine ſenkrechte Pyramide, die auf der Grundfläche ruht.

Fig. d.




gleichseitiges Dreieck; sie liegt wagrecht; auch die Seitenflächen sind Dreiecke, die schief auf der Grundfläche stehen.

2) Kanten. Die 3seitige Pyramide hat 6 Kanten; 3 an der Grundfläche und 3 an den Seitenflächen; die an der Grundfläche sind gleich, zwar wagrecht, aber nicht gleichlaufend. Die an den Seiten sind auch gleich; aber weder senkrecht noch gleichlaufend. Jede Seitenfläche hat also 2 gleiche Seiten, wenn die Pyramide senkrecht ist, sonst werden einige Seiten ungleich sein.

3) Ecken. Die dreiseitige Pyramide hat 4 Ecken: 3 an der Grundfläche und eine dieser gegenüber, in der sich die Seiten vereinigen. Letztere wird auch Spitze genannt und liegt bei der senkrechten Pyramide auch senkrecht über dem Mittelpunkte der Grundfläche, bei einer schiefen aber senkrecht über der verlängerten Grundfläche. Die Ecken der Grundfläche liegen wagrecht zu einander.

4) Winkel. Sämmtliche Winkel der 3seitigen Pyramide sind kleiner, als ein R, also spitz. Im ganzen sind es 12: in jeder Fläche 3. Die in der Grundfläche sind einander gleich, auch in jeder Seite die 2 unteren.

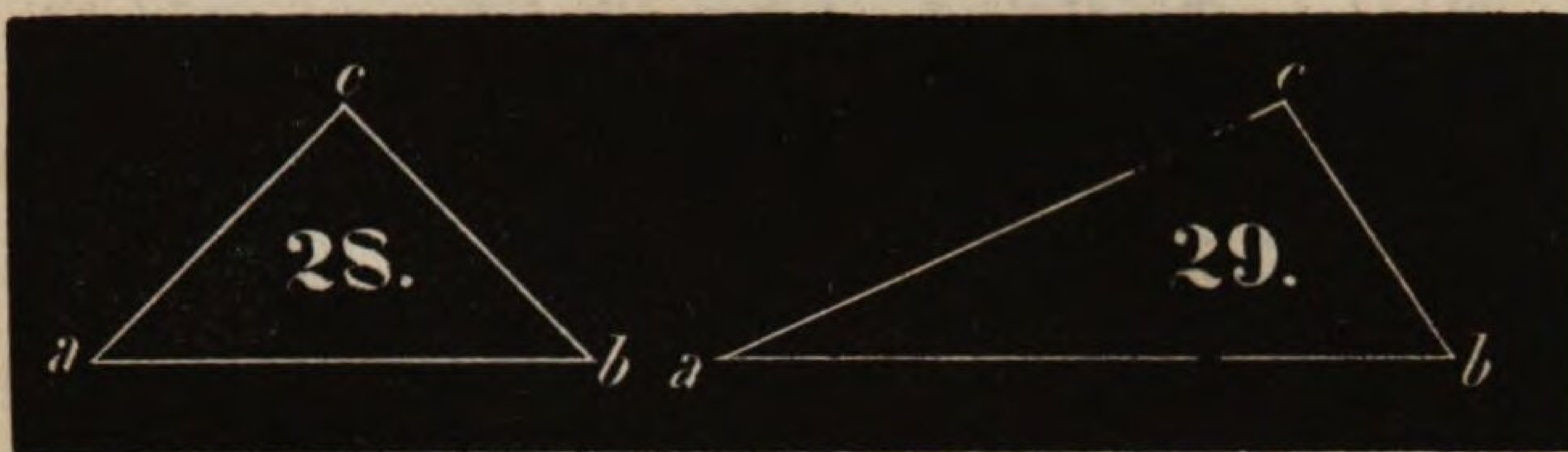
5) Achsen. Will man den Abstand der Spitze von der Grundfläche Achse nennen, so ist diese bei der 3seitigen Pyramide die einzige mögliche. Es gibt darum hier weder Flächen-, Ecken- noch Kantenachsen.

Anmerkung. Wenn es die Zwecke des Unterrichts fordern, werden so beschrieben die 4-, 5-, 6seitige Pyramide.

## §. 13.

### Erklärungen.

1) Ein gleichschenkliges Dreieck ist ein solches, welches 2 gleiche Seiten hat. Es hat auch 2 gleiche Winkel a und b auf der dritten Seite a b c Fig. 28.




2) Ein ungleichseitiges Dreieck hat 3 ungleiche Seiten und 3 ungleiche Winkel a b c Fig. 29.

3) Eine regelmäßige Pyramide (senkrecht) ist ein Körper, der ein regelmäßiges 3=, 4=, 5=, oder Vieleck zur Grundfläche und gleichschenklige Dreiecke zu Seitenflächen hat.

## §. 14.

### Eine Vergleichung der Spitzsäule mit den Ecksäulen ist dem Kommenden sehr förderlich.

1) Flächen. Die Ecksäulen haben regelmäßige Figuren zu Grundflächen; die Spitzsäule auch; die Seiten der Ecksäule sind Rechtecke; die der Spitzsäule sind gleichschenklige Dreiecke; die Ecksäulen haben 2 Flächen mehr, als Seiten; die Spitzsäulen haben 1 Fläche mehr, als Seiten; denn sie haben einer Grundfläche gegenüber eine Spitze.

2) Kanten. Die Ecksäulen haben dreimal so viel Kanten, als Seiten; die Spitzsäule nur zweimal so viel; die Kanten an den Grundflächen der Ecksäulen sind einander gleich, ebenso die an den Seiten; bei den Spitzsäulen ebenfalls; die Grundkanten der Ecksäulen liegen wagrecht; die der Spitzsäulen auch; die Kanten an den Seiten der Ecksäulen stehen senkrecht, die der Spitzsäulen aber schief auf den Kanten der Grundflächen. Jede Ecksäule hat $^3/_2$ mal so viel Kanten, als die eben so vielseitige Spitzsäule.

3) Ecken. Die Ecksäulen haben doppelt so viel Ecken, als Seiten; die Spitzsäulen haben nur eine Ecke mehr, als Seiten. Bei beiden werden die Ecken durch das Zusammentreffen dreier Kanten gebildet; die Spitze der Spitzsäulen ausgenommen, hier treffen wenigstens 3 Kanten zusammen und höchstens unendlich viel. Bei beiden Körpern liegen die Ecken an den Grundflächen wagrecht zu einander und gleichweit von einander. Jede Spitzsäule hat eine Ecke mehr als halb so viel, wie die eben so vielseitige Ecksäule hat.

4) Winkel. Die Eckfäulen haben alle sechsmal so viel Winkel, als Seiten, die Spitzsäulen nur viermal so viel. Die Winkel in den Seiten der Eckfäule sind allezeit rechte; die in den Seiten der Spitzsäule allzeit spitze. In den Grundflächen stimmen die Winkel in beiden Körpern überein d. h. sie sind bei der dreiseitigen spitz, der vierseitigen recht und den mehrseitigen stumpf. Jede Eckfäule hat $^3/_2$ mal so viel Winkel, als die eben so vielseitige Spitzsäule.

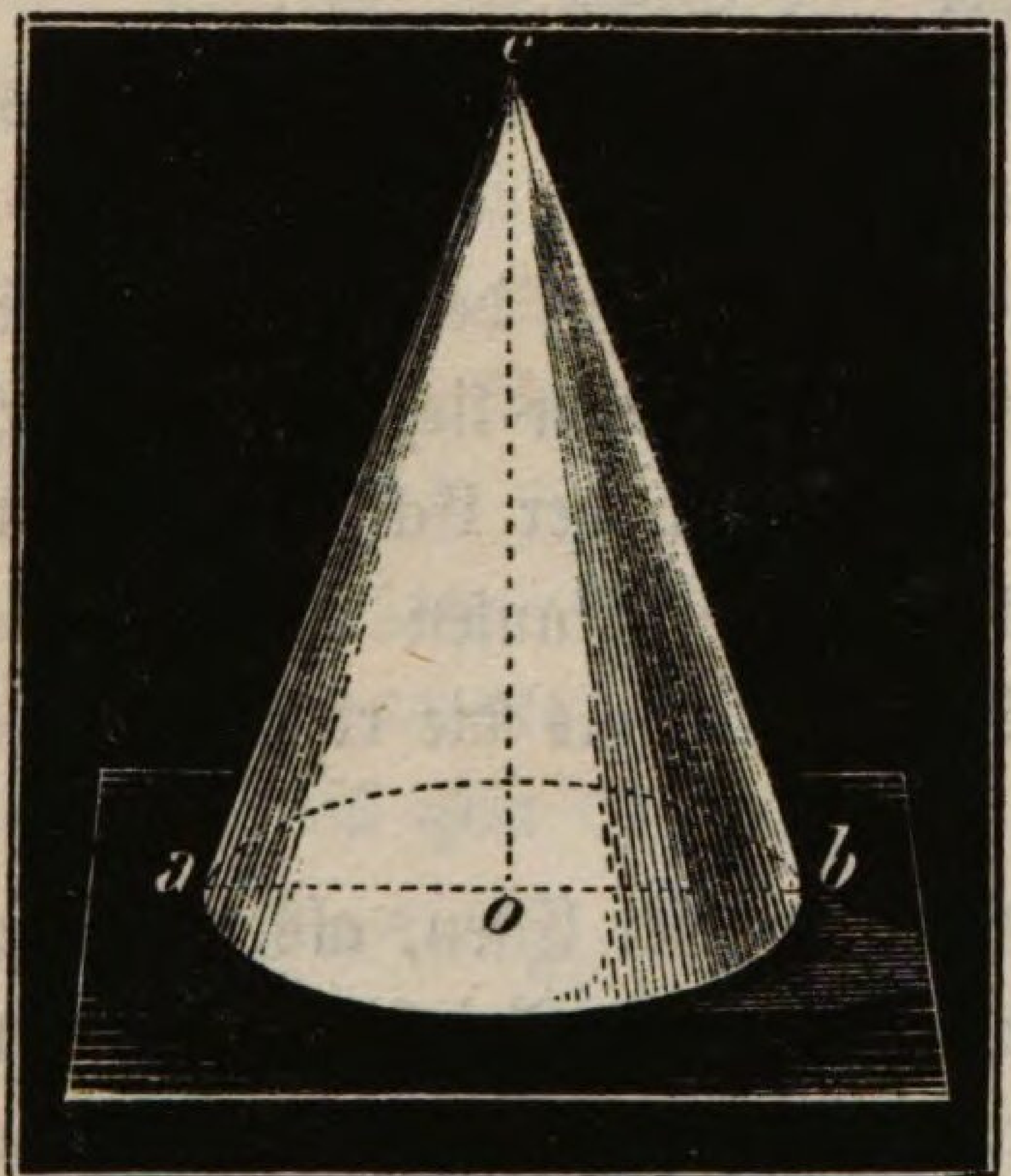
## §. 15.

### Fragen und Aufgaben.

Wo sind Gegenstände von Pyramidenform? Wann nennt man eine Pyramide senkrecht? schief? Hat es Einfluß auf die Grundfläche, wenn eine Pyramide seukrecht oder schief ist? Auf die Seitenflächen? Was für Dreiecke sind in beiden Fällen die Seiten? Zeichnet gleichschenklige und ungleichseitige Dreiecke so neben einander, daß sie mit ihren Seiten zusammenliegen und hänget an ein solches Dreieck ein gleichseitiges △, dessen Seiten gleich der dritten Seite dieser gleichschenkligen Dreiecke ist!

## B. Der Kegel (Conus). Fig. e.

Fig. e.




## §. 16.

### Beschreibung desselben.*)

1) Flächen. Der Kegel ist ein Körper; er hat nur 2 Flächen: eine Grund- und eine Seitenfläche. Die Grundfläche ist ein Kreis und liegt wagrecht; die Seitenfläche steht schief auf dem Rande der runden Grundfläche und legt sich oben in einem Punkte, den man auch die Spitze des Kegels nennt, zusammen. Würde man die krumme Seite des Kegels abwickeln, so entstünde ein Kreisausschnitt, dessen Halbmesser gleich einer Kegelseite und dessen Bogen gleich dem Umring der Grundfläche des Kegels wäre.

2) Kanten. Der Kegel hat nur eine Kante, die durch das vor-

*) Wir denken uns einen senkrechten Kegel, der auf der Grundfläche ruht.

hingenannte Zusammentreffen der Grund- und Seitenfläche entsteht. Es gilt Alles von ihr, was von den Kanten des Cylinders gesagt wurde.

3) Ecken. Der Kegel hat nur eine Ecke, die vorhingenannte Spitze. Sie liegt beim senkrechten Kegel senkrecht über dem Mittelpunkte der Grundfläche.

4) Winkel. Der Kegel hat einen Körperwinkel (die innere Spitze) und einen Flächenwinkel (die innere Kante), keinen Linienwinkel.

5) Achsen. Achse könnte man etwa eine Gerade von der Spitze auf die Mitte der Grundfläche nennen.

### §. 17.

### Erklärung.

1) Ein Kegel ist ein Körper, welcher einen Kreis zur Grundfläche und eine so gebogene Seitenfläche hat, daß dieselbe oben mit der Achse in einen Punkt zusammenläuft.

### §. 18.

### Vergleichung.

Eine Vergleichung des Kegels mit dem Cylinder, vorzugsweise aber mit den Pyramiden darf wohl um so weniger fehlen, da hier in Beziehung auf Kegel und Pyramide dasselbe gilt, was oben bei der Vergleichung des Cylinders mit den Prismen gesagt ist. Ihre Ausführung mündlich.

### §. 19.

### Fragen und Aufgaben.

Wo findet die Kegelform Anwendung? Zeichnet einen Kreisausschnitt und an den Bogen desselben einen Kreis, dessen Peripherie gleich dem Bogen des Ausschnittes ist.

## Drittes Kapitel.

## Die Kugel und die Fläche.

### A. Die Kugel. Fig. f.

### §. 20.

### Beschreibung derselben.*)

1) Flächen. Die Kugel ist ein Körper, der von einer nach allen Seiten regelmäßig gekrümmten Fläche so begrenzt wird, daß jeder Punkt

*) Die Erklärung der Kugel, die eigentlich unter §. 21, 6 stehen sollte, ist in die Beschreibung mit hinein gezogen, weil sie doch großentheils bei der Beschreibung der Kugelfläche vorkommen mußte.

Fig. f.



dieser Fläche von einem Punkte innerhalb der Kugel (Mittelpunkte) gleichweit entfernt ist. Die krumme Fläche heißt Oberfläche der Kugel.

2) Kanten. 3) Ecken. 4) Winkel. Die Kugel hat weder Kanten, noch Ecken, noch Winkel.

5) Achsen. Von den unzählig vielen Durchmessern, welche bei einer Kugel möglich sind, heißt nur der Achse, um den man sich die Kugel drehend denkt, der also bei der Umdrehung der Kugel keine Bewegung macht.

§. 21.

Erklärungen.

1) Allseitig gekrümmt heißt eine Fläche, wenn man bei ihr keine gerade Linie ziehen kann, welche ganz oder auch nur zum Theil in die Fläche fällt.

2) In Betreff des Mittelpunktes, des Halb- und Durchmessers der Kugel gilt dasselbe, was früher bei Erklärung des Kreises gesagt wurde; nur ist hier statt Peripherie krumme Oberfläche zu setzen.

3) Größter Kreis einer Kugel heißt diejenige Fläche, welche man erhält, wenn man eine Kugel durch die Mitte spaltet.

4) Umfang der Kugel heißt die Peripherie des größten Kreises.

5) Die Kugel läßt sich nur als Kreis zeichnen.

6) Die Kugel ist . . . . (siehe oben!)

§. 22.

Vergleichung.

Eine Vergleichung der Kugel mit dem Kegel darf aus später bei der Berechnung der Kugel anzuführenden Gründen nicht fehlen. Sie wird in derselben Weise ausgeführt, wie oben angedeutet.

§. 23.

Findet auch die Kugelform häufig Anwendung und wo?

### B. Vielflache.

§. 24.

Anmerkung. Die Betrachtungen dieser Körper (Vier=, Acht=, Zwölf= und Zwanzigflach) sind nach Anleitung des Bisherigen leicht anzustellen, darum das Ganze im mündlichen Unterrichte.

§. 25.

Vergleichende Uebersicht.

Die in vorstehendem Abschnitte betrachteten Körper zerfallen ihrem Wesen nach in folgende 3 Gruppen:

1) die Ecksäulen (Prismen und Cylinder);
2) die Spitzsäulen (Pyramiden und Kegel);
3) die regulären Körper (Kugel und Vielflache);

Die Gesichtspunkte, unter denen die Betrachtungen Statt fanden, waren:

1) Beschreibungen.
2) Erklärungen der bei diesen Beschreibungen vorgekommenen geometrischen Benennungen.
3) Vergleichung mit schon beschriebenen, also bekannten Körpern zur weiteren Aufhellung der Beschreibung und zur Befestigung des Angeschauten und
4) Fragen und Aufgaben als Hindeutungen auf die Praxis.

---

# Zweiter Abschnitt.

## Von der Entstehung der Linien, Winkel, Flächen und Körper.*)

---

### Erstes Kapitel.

### Bewegung des Punktes.

### Entstehung der Linie, besonders der geraden.

§. 26.

Wenn ein Punkt seine Stelle im Raume ändert, so beschreibt er auf seinem Wege eine Linie. Wann diese Linie gerad, krumm, gemischt

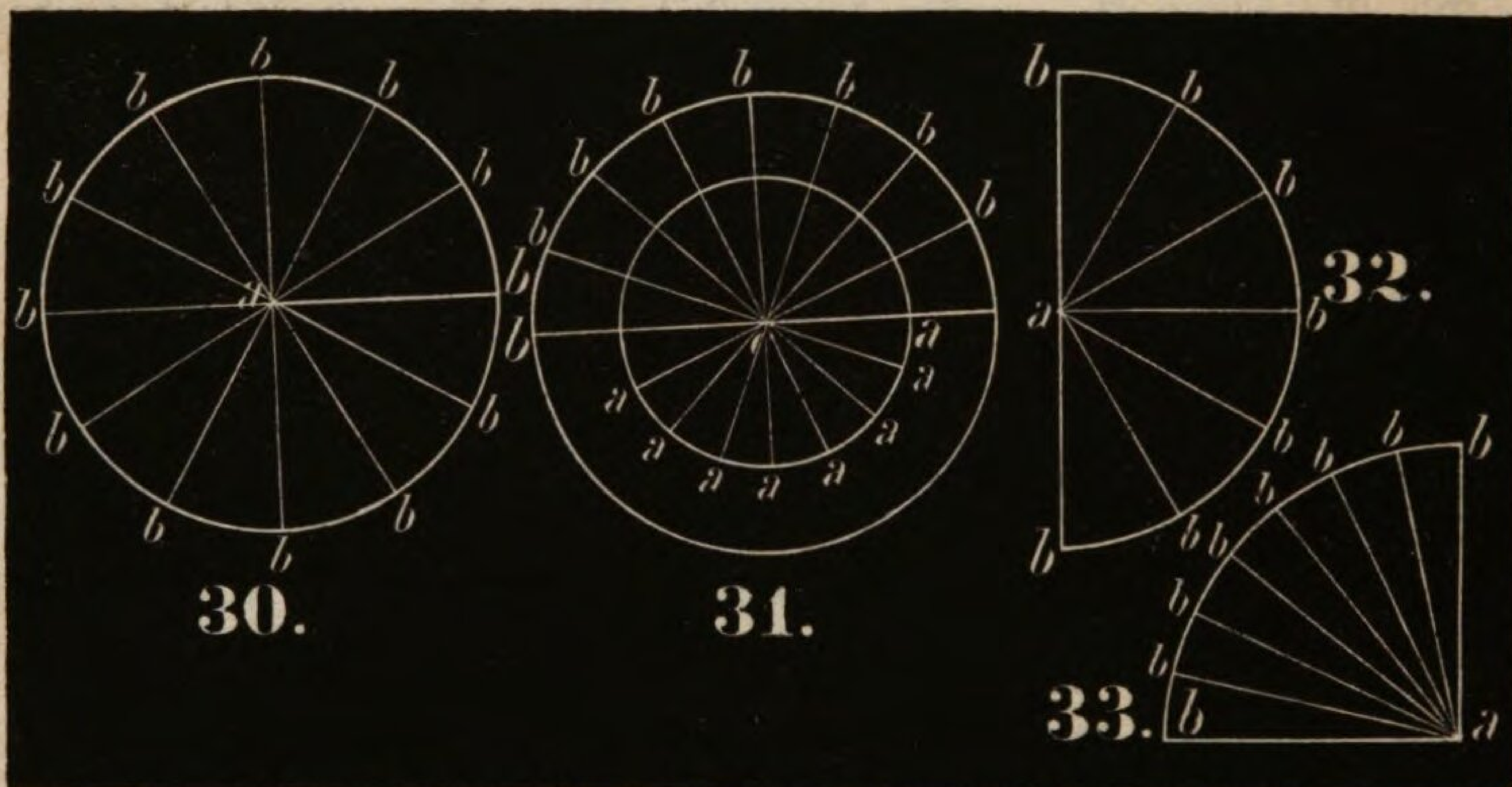
*) Es mag vielleicht manchem Lehrer das nun folgende Kapitel etwas abstract erscheinen, namentlich für die Elementarschulen; allein dieß ist auch nur

oder zickzackförmig werde, wurde oben erklärt. Da der Punkt keine Größe besitzt, so kann man ihn auch in dieser Hinsicht nicht weiter betrachten; wohl aber kann er in Betreff seiner Stelle im Raume einer Betrachtung unterzogen werden. Die Linie hat eine Ausdehnung in die Länge, ist also einer Betrachtung in Rücksicht ihrer Größe und zugleich in Rücksicht ihrer Lage fähig. In Betreff ihrer Lage haben wir sie theilweise schon oben kennen lernen; die Betrachtung in Beziehung ihrer Größe folgt später.

## Zweites Kapitel.

## Bewegung der geraden Linie.

### Entstehung der Winkel und Flächen.




§. 27.

Auch die gerade Linie kann ihre Lage im Raume ändern, sie kann sich bewegen. Diese ihre Bewegung kann eine zweifache sein und zwar:

---

Schein; denn sind die Körper, als sie beschrieben wurden, genau angeschaut; läßt man die die Linien, Winkel, Flächen und Körper erzeugenden Bewegungen vor den Augen der Kinder selbst Statt finden: so wird das Ganze auch selbst von schwach beanlagten Schülern begriffen. Daß das ganze Kapitel aber zur Aufhellung der Berechnungen sowohl, als auch der später in der Planimetrie und Stereometrie zu erweisenden Sätze dient, ist wohl keine Frage; auch zur weiteren Veranschaulichung läßt sich noch Manches thun durch ganz einfache selbstgefertigte Apparate. Wem die gewöhnlichen Wort-Erklärungen über Linien, Winkel, Flächen und Körper ausreichend erscheinen, der kann das ganze Kapitel auch überschlagen.

a. eine drehende (Entstehung des Kreises und der Winkel).

Denkt man sich die Gerade a b Fig. 30 um einen ihrer Endpunkte (a) so lange herumgedreht, bis sie wieder in ihre ursprüngliche Lage kommt; so durchstreicht sie auf ihrem Wege eine ganze Kreisfläche. Der ruhende Punkt a bildet den Mittelpunkt und der bewegte Punkt b beschreibt den Umfang des Kreises; die gerade a b nennt man Halbmesser und sie durchstreicht und beschreibt während dieser Bewegung die Kreisfläche; *) drehte sich die Gerade a b Fig. 31 um einen Punkt, der zwischen ihren Endpunkten liegt, etwa um c, so entstünden 2 Kreise um einerlei Mittelpunkt (concentrische Kreise). Würde man indessen die Drehung der Geraden a b nur so lange fortsetzen, bis sie in eine ihrer ursprünglichen Lage entgegengesetzte käme; so durchstriche sie einen Halbkreis und Punkt b eine halbe Kreislinie. b b′ b″ . . . . Fig. 32. Bei einer Drehung, wo a b eine zu ihrer vorigen Lage senkrechte Richtung erhielt, hätte sie einen Viertelkreis durchstrichen und b einen Viertelkreisbogen. Den Winkel, welchen die Gerade a b Fig. 33 in ihrer jetzigen Lage mit ihrer ursprünglichen Lage macht, nennt man einen Rechten. Darum entsteht der rechte Winkel durch eine Viertelsdrehung; bei einer halben Drehung entstehen 2 R. Wann entsteht hiernach ein spitzer, stumpfer, überstumpfer Winkel? Da die Größe des entstehenden Winkels nur von der Größe der Drehung und nicht von der Größe der gedrehten Linie abhängt, so ist es gleichgiltig, ob die drehende Linie lang oder kurz ist. Man drückt dies auch so aus: die Größe eines Winkels hängt nicht von der Länge, sondern nur von der Neigung seiner Schenkel ab. Man sagt auch, der Winkel sei der Richtungsunterschied zweier Linien, die einen Punkt mit einander gemein haben.

b. eine fortschreitende (Entstehung der Figuren [geradlinigen]).

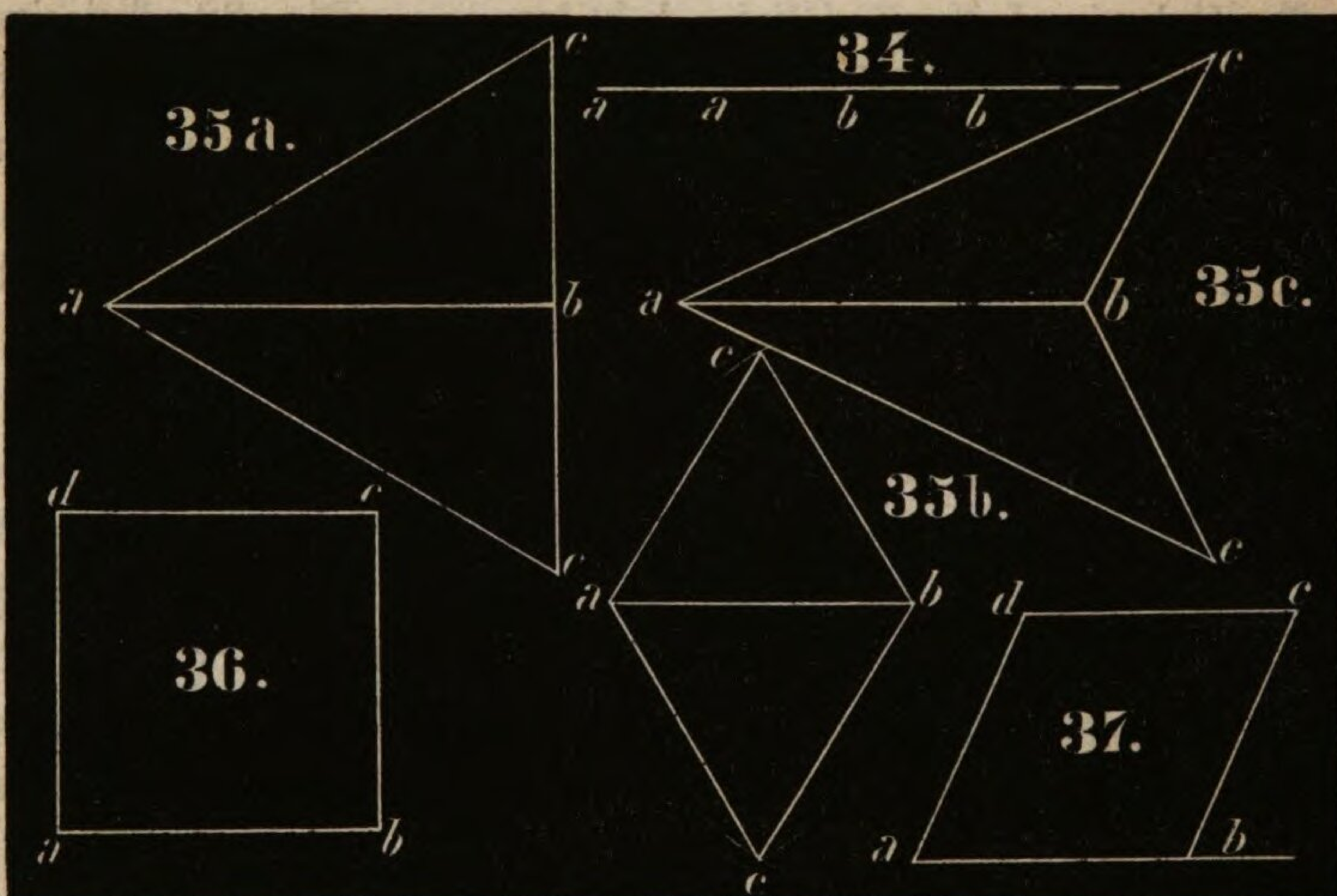
Findet eine fortschreitende Bewegung einer Geraden a b Fig. 34 in der Richtung dieser Geraden selbst Statt, so entsteht wieder eine Gerade. Geht aber die Bewegung zur Seite dieser Geraden, so entsteht allemal eine Fläche. Bei dieser Bewegung kann nun die Gerade ihre anfängliche Größe beibehalten oder ändern und in diesem letzten Falle zu- oder abnehmen.

---

*) Was folgt wohl hieraus für die Größe der Kreise von einerlei Halbmesser oder Durchmesser und für die Größe der Halb- und Durchmesser desselben Kreises?

Wenn die Gerade a b zur Seite *) auf- oder abwärts so fortschreitet, daß sie früher oder später zu einem bloßen Punkte abnimmt, so durchstreicht sie auf ihrem Wege die Fläche eines Dreiecks. Fig. 35.

Dieses Dreieck wird rechtwinkelig, **) wenn der eine Endpunkt der Geraden, etwa b, so fortschreitet, daß er senkrecht über oder unter seiner frühern Stelle bleibt. Fig. 35a. Spitzwinkelig wird das Dreieck, wenn sich die Endpunkte der Geraden senkrecht über oder unter derselben treffen, Fig. 35b und stumpfwinkelig, wenn sich die Endpunkte der Geraden schief über oder unter derselben oder senkrecht über oder unter ihrer Verlängerung treffen. Fig. 35c ***). Hiernach ist es wohl unschwer, anzugeben, wann das entstehende Dreieck gleichseitig, gleichschenkelig und ungleichseitig werde. Wann wohl?




Aendert die Gerade bei ihrer seitlichen Bewegung ihre Größe gar nicht, oder doch nicht in dem vorhin erwähnten Grade, so durchstreicht sie auf ihrem Wege allemal ein Viereck.

*) Inwieweit eine solche Anschauungsweise über die Entstehung der Figuren die Sätze der Aehnlichkeit der Dreiecke veranschaulichen hilft, wird sich später zeigen.

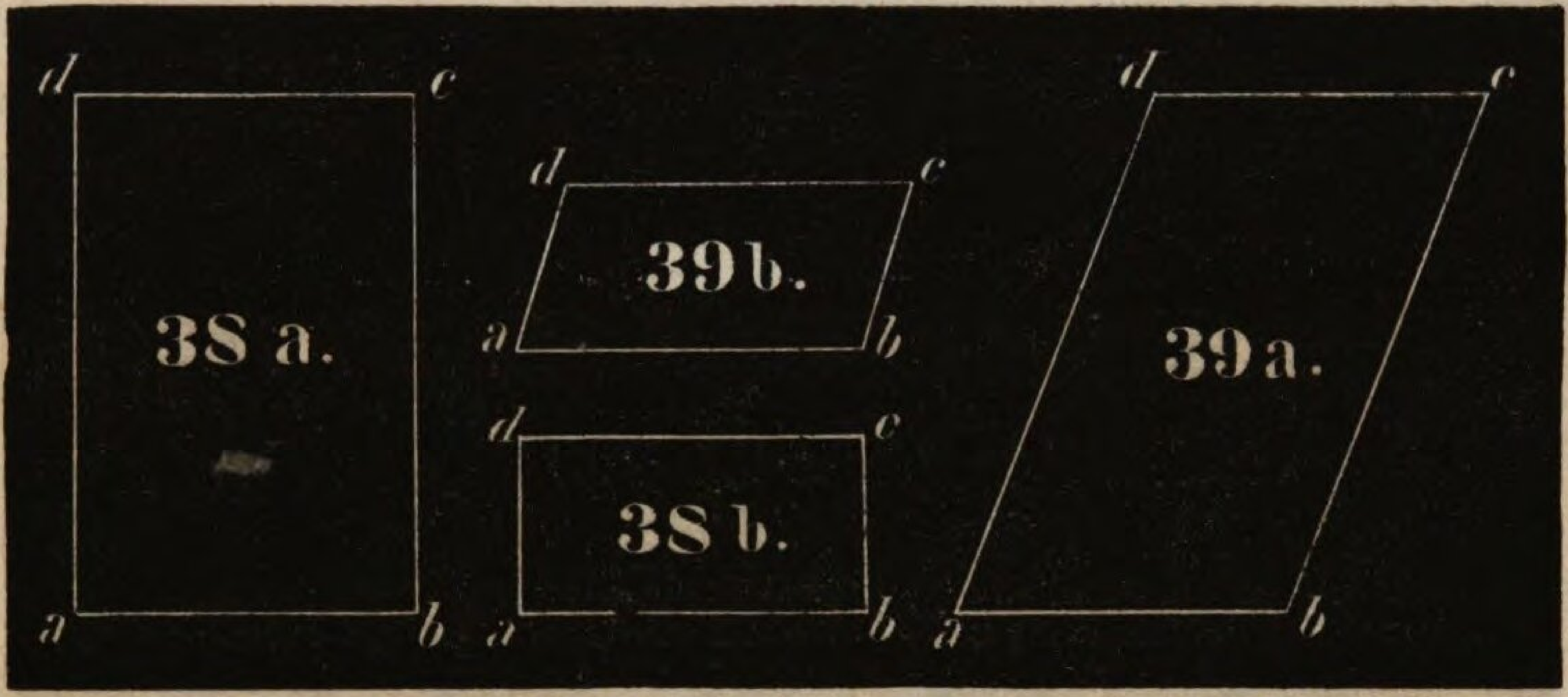
**) Die den rechten Winkel einschließenden Seiten eines Dreiecks heißen Katheten und die dem rechten Winkel gegenüberliegende heißt Hypotenuse.

***) Der senkrechte Abstand der Spitze eines Dreiecks von der gegenüberstehenden Seite heißt die Höhe, sowie diese Seite die Grundlinie des Dreiecks.

1) Dieses Viereck wird ein Quadrat sein, wenn die Gerade a b mit ihrer anfänglichen Lage gleichbleibend um ihre eigene Größe senkrecht auf- oder abwärts fortgeht. a b c d Fig. 36.

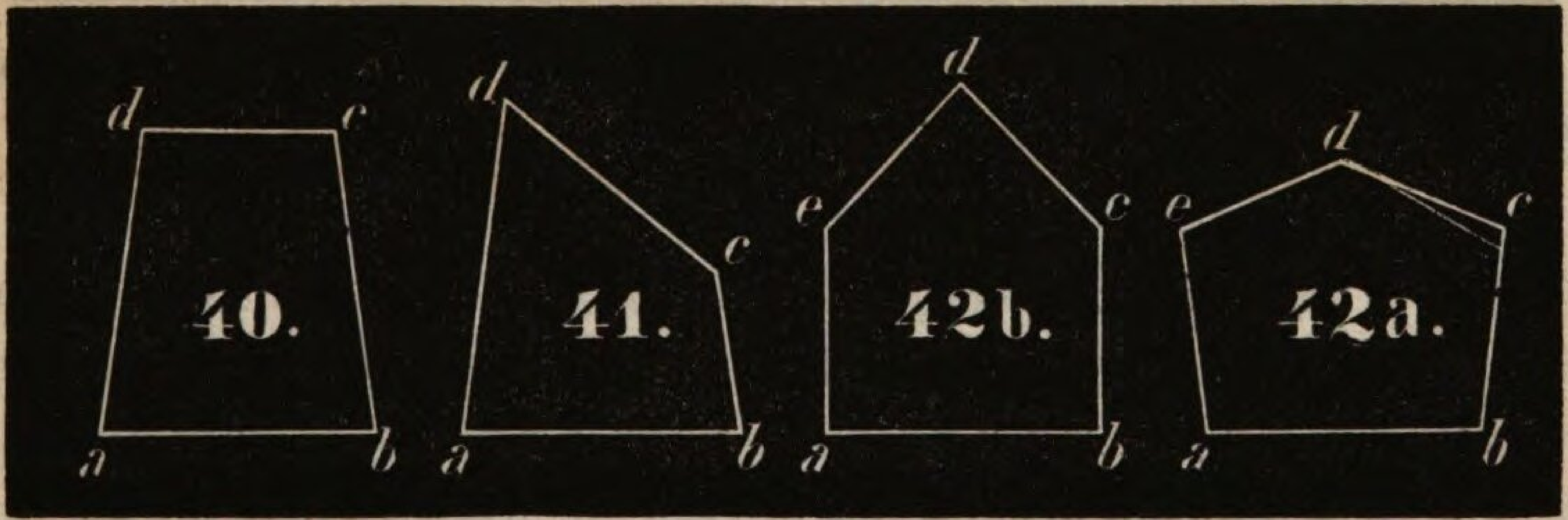
2) Ein verschobenes Quadrat oder ein Rhombus entsteht, wenn die oben genannte Fortschreitung unter schiefem Winkel erfolgt. a b c d Fig. 37.

3) Beträgt die senkrechte Fortschreitung mehr oder weniger als die Größe der Geraden, so entsteht ein Rechteck. a b c d Fig. 38a u. 38b.




4) Ist die Fortbewegung der Geraden, wie pos. 3, nur schiefwinkelig, so entsteht ein Schiefeck (schiefwinkeliges Parallelogramm). a b c d Fig. 39.

In den 4 vorhergehenden Fällen behielt die Gerade ihre Größe und Richtung unverändert bei.




5) Behält sie zwar ihre Richtung, ändert sie aber ihre Größe; so entsteht ein Paralleltrapez. a b c d Fig. 40.

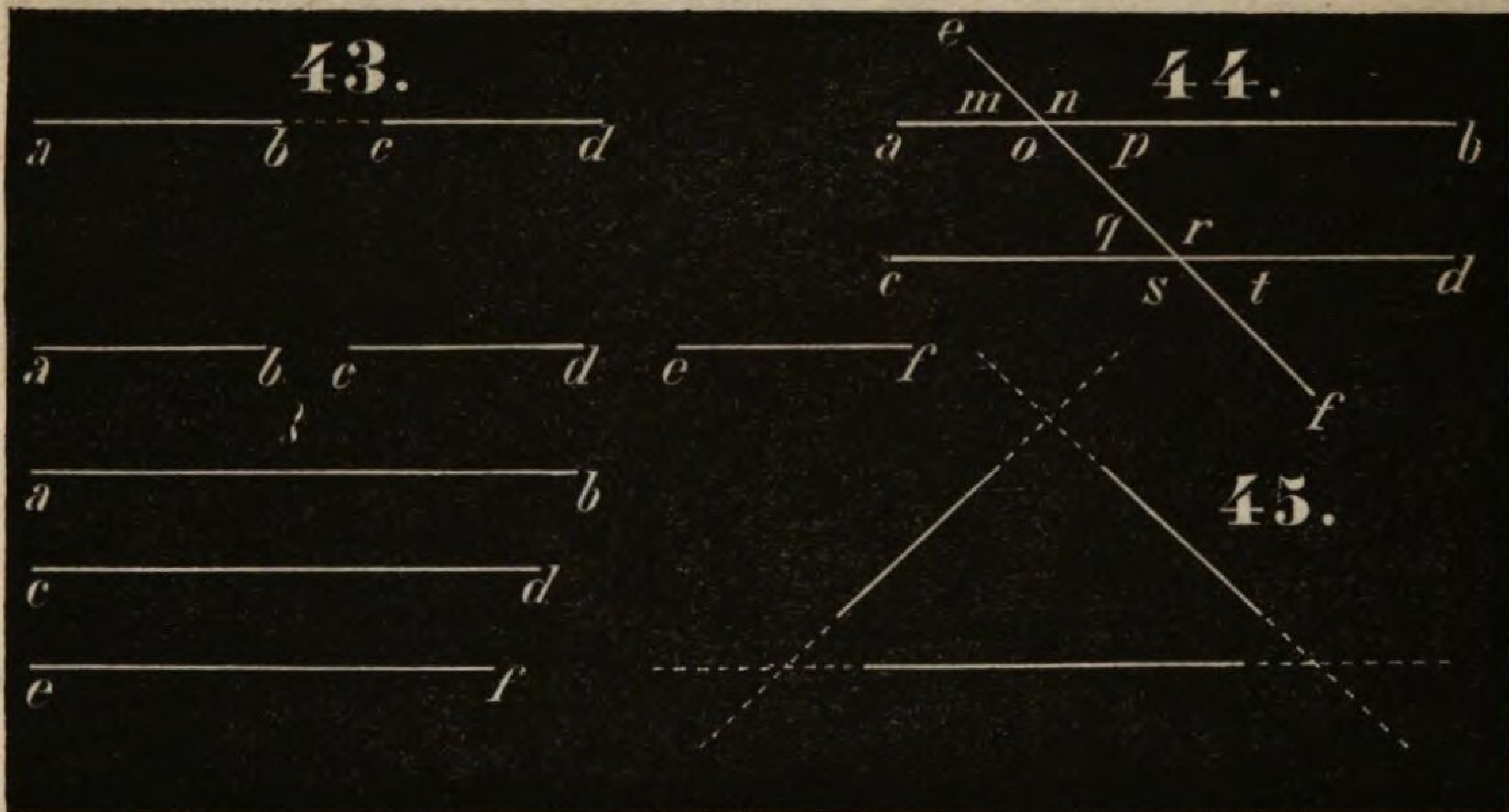
6) Aendert sie Richtung und Größe, letztere jedoch nicht bis zu einem bloßen Punkte, so entsteht ein Trapez oder unregelmäßiges Viereck. a b c d Fig. 41.

7) Wenn aber die Gerade bei ihrer seitlichen Bewegung an Größe in einem gewissen Grade zunimmt, oder auch bis dahin völlig unverändert bleibt, von da an aber nach und nach bis zu einem bloßen Punkte abnimmt; so entsteht ein Fünfeck, a b c d e Fig. 42a, 42b.

Wann hiernach Sechs-, Sieben-, Acht-, kurz die folgenden Vielecke entstehen, ist leicht erklärlich.

§. 28.

Daß man übrigens die Entstehung geradliniger Winkel und Figuren ebenso anschaulich aus der Lage der Geraden in der Ebene ableiten kann, ist klar; man hat zu diesem Zwecke nur die einzelnen Fälle, welche bei der Lage zweier oder mehrerer Geraden in der Ebene stattfinden können, durchzugehen.




1) Welche Verschiedenheiten in der Lage einer Geraden in der Ebene entstehen können, ist bereits oben schon erklärt worden.

2) Zwei Geraden a b und c d können:

a. in einer Richtung liegen. a b und c d Fig. 43. Sie werden dann bei ihrer Verlängerung in eine Gerade zusammenfallen.

b. sie können parallel sein; auch dieß ist schon Fig. 8 bemerkt.

c. sie können nicht parallel sein, Fig. 9, dann werden sie sich, wie oben ebenfalls schon angeführt, treffen oder schneiden. Fig. 10 u. 11. Es entstehen die ebenwohl schon genannten und nach ihrer Lage unterschiedenen Winkel.

3) Drei Geraden können:

a. auch in einer Richtung. Fig. α a b, c d, e f.

b. parallel. Fig. β a b, c d, e f.

c. 2 parallel und die 3. nicht parallel.

d. alle nicht parallel sein.

a wurde unter Nro. 2 erledigt; aus b kann man erkennen, daß 2 Linien einer dritten parallel sein müssen, wenn sie unter sich parallel sind. Die Umkehrung hiervon wird später betrachtet werden; bei c wird die dritte Nicht-Parallele gehörig verlängert, die beiden andern unter sich Parallelen schneiden Fig. 44. Es entstehen dann zwar wieder dieselben Winkel, die auch oben durch das Durchschneiden zweier Geraden entstanden; nimmt man aber auf die Schneidende e f Rücksicht, so liegen die entstandenen Winkel entweder auf einer Seite, aber an verschiedenen Punkten dieser Schneidenden einander gegenüber und man nennt sie Gegenwinkel, oder sie wechseln in ihrer Lage in Beziehung auf die Schneidende und die Geschnittenen, in welchem Falle sie Wechselwinkel heißen. Nimmt man aber Rücksicht auf die Linien, die von einer dritten geschnitten werden, so kann man ein Innen, mithin auch ein Außen; folglich auch ein Innen und Außen unterscheiden. Es gäbe also hiernach sowohl innere, äußere, als auch innere-äußere Gegen- und Wechselwinkel. In Fig. 44 sind:

1) p u. t; o u. s; r u. n; q u. m innere-äußere Gegenwinkel.

2) p u. r; q u. o innere Gegenwinkel.

3) n u. t; m u. s äußere Gegenwinkel.

4) o u. t; p u. s; q u. n; r u. m innere-äußere.

5) o u. r; q u. p innere und

6) m u. t; n u. s äußere Wechselwinkel.

Ihre gegenseitige Größe wird im wissenschaftlichen geometrischen Unterrichte untersucht werden.

Bei d, wo alle Linien nicht parallel sind, würden sie sich, gehörig verlängert, treffen oder schneiden, jedenfalls aber eine Fläche von 3 Seiten begrenzen, also ein △ bilden. Fig. 45.

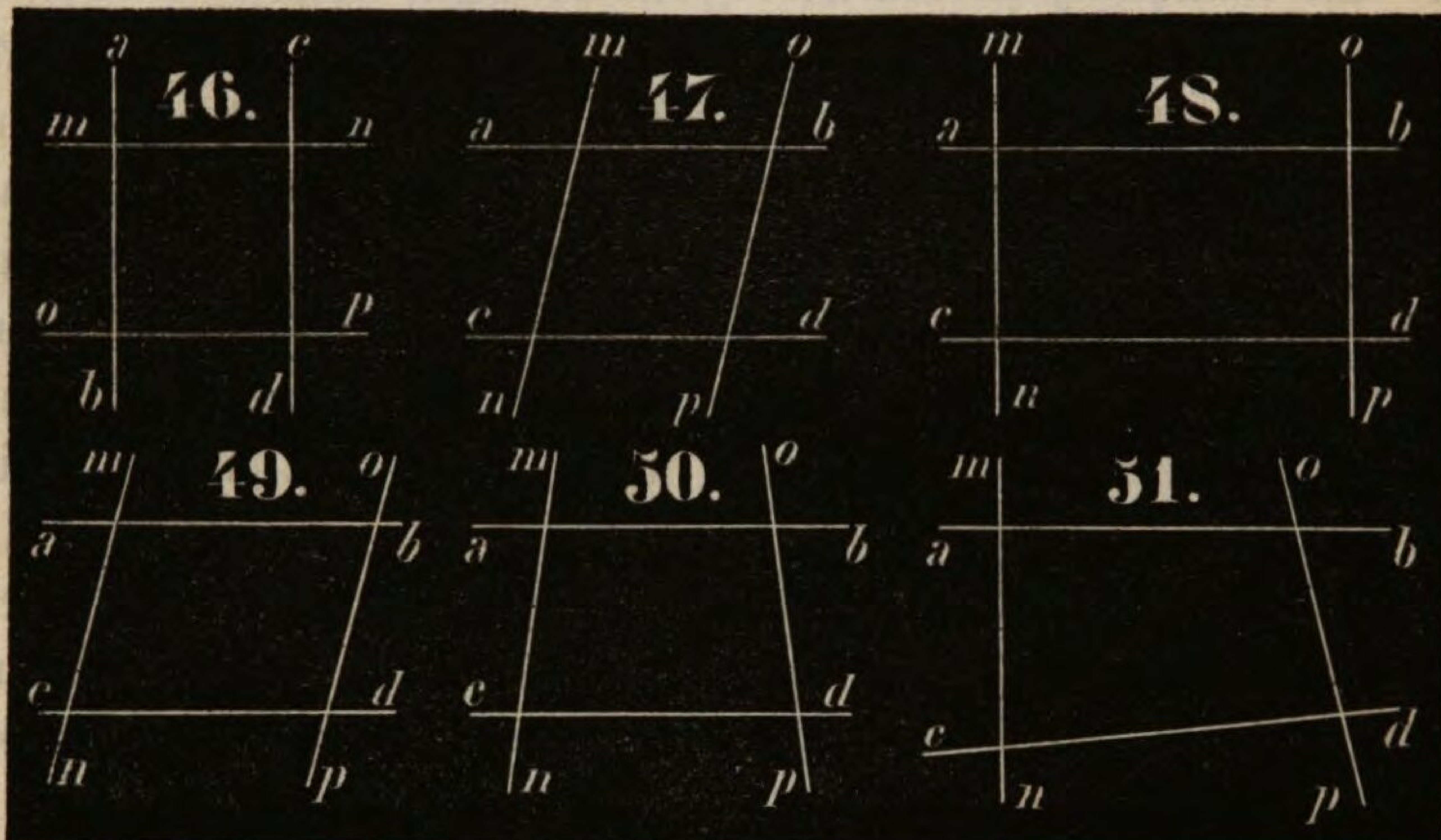
Wären 4 Linien in der Ebene gegeben, so könnten sie u. a. liegen:

a. in einer Richtung; b. alle parallel; c. 3 parallel und die 4. nicht; d. 2 und 2 parallel, diese Linienpaare unter einander aber nicht und e. alle nicht parallel.

Untersuchet diese Fälle der Reihe nach, und erwäget, ob sie schon im Vorhergehenden theilweise erledigt sind, wie die übrigen ihre Erledi-

gung finden und wie hierbei alle mögliche Arten von Vierecken gebildet werden!

Die Fälle unter a, b, c bieten keinen weiteren Stoff zur Betrachtung mehr dar. In dem Falle d dagegen, wo je 2 und 2 parallel, die Paare aber selbst unparallel sind, kann Folgendes Statt finden:




1) Haben die Parallelen gleiche Abstände und schneiden sich die Paare rechtwinkelig, so entsteht das Quadrat. Fig. 46.

2) Haben die Parallelen gleiche Abstände und schneiden sich die Paare schiefwinkelig, so entsteht der **Rhombus**. Fig. 47.

3) Haben die Parallelen ungleiche Abstände und schneiden sich die Paare rechtwinkelig, so entsteht das Rechteck. Fig. 48.

4) Haben die Parallelen ungleichen Abstand und schneiden sich die Paare schiefwinkelig, so entsteht das Schieseck. Fig. 49.

In dem Falle e, wo zwei Linien #, die andern unter sich und mit den 2 parallelen ungleichlaufend sind, entsteht, wenn sie sich treffen oder schneiden, das Paralleltrapez, Fig. 50, und in dem Falle f, wo alle nicht parallel sind, entsteht unter obigen Umständen das Trapez. Fig. 51.

So entstehen durch die verschiedenen Lagen von 5 Geraden in der Ebene die Fünf- und durch die Lage von 6 Geraden die Sechsecke 2c.

## Drittes Kapitel.

## Bewegung der Flächen (Entstehung der Körper).*)

### §. 29.

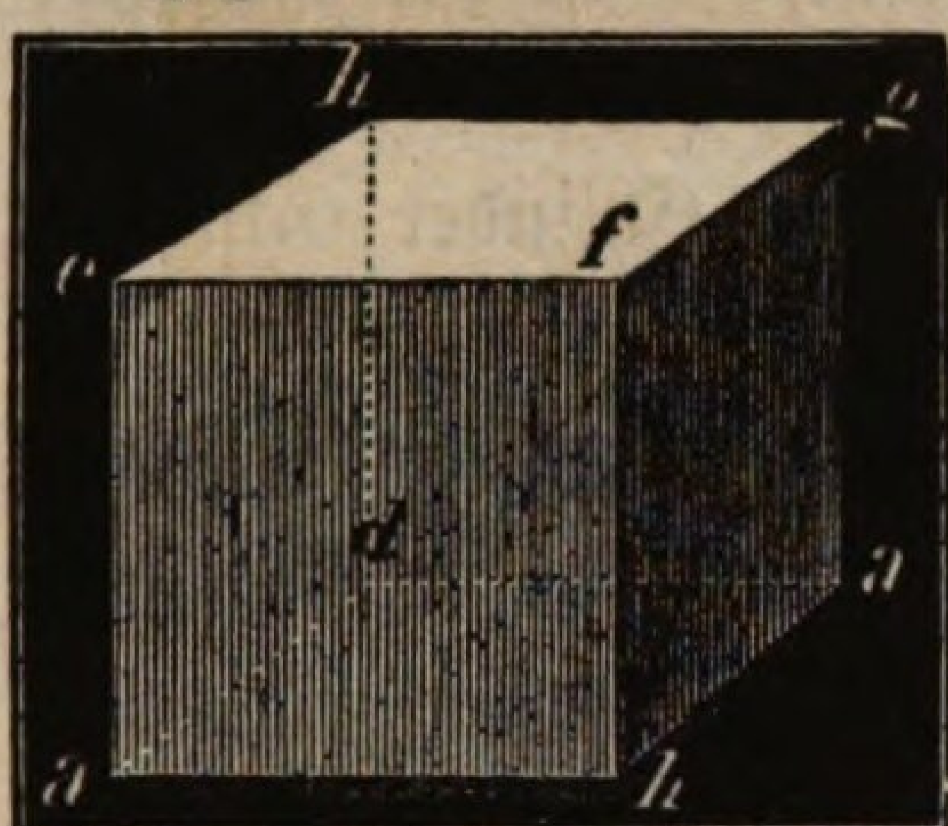
Auch die Fläche kann eine zweifache Bewegung machen: eine drehende und eine fortschreitende, und diese letztere kann wieder sein eine seitliche und eine auf- oder abwärtsgehende.

Bei der seitlichen Bewegung der Fläche kann wieder nur eine Fläche zum Vorschein kommen. Ist indessen die fortschreitende Bewegung auf- oder absteigend, so entsteht, je nachdem die Fläche selbst ein Drei-, Vier-, Fünfeck &c. ist und je nachdem eben diese Fläche während ihrer Bewegung ihre Größe und Lage beibehält oder ändert, und je nachdem sie an ersterer zu- oder abnimmt, jedesmal ein anderer Körper.

Folgende kurze Betrachtung wird dieß noch deutlicher zeigen:

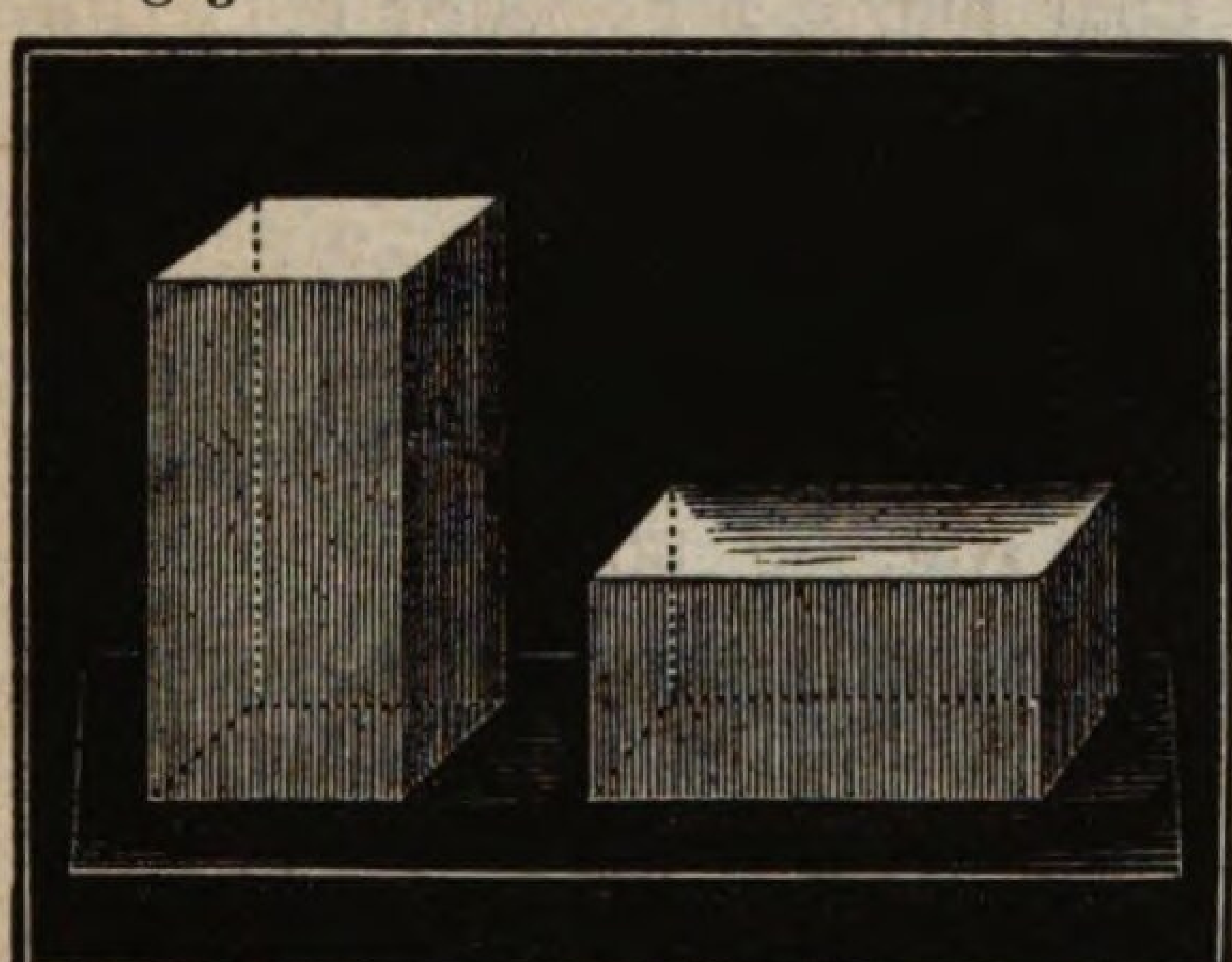
**a. Die Fläche behält während ihrer auf- oder abwärtssteigenden Bewegung ihre anfängliche Größe bei.**

Fig. 52.



1) Wenn sich ein Quadrat**) a a mit seiner anfänglichen Lage gleichbleibend um die Länge einer seiner Kanten senkrecht oder schief auf- oder abwärts bewegt; so ist der von ihm durchstrichene Raum ein Würfel oder ein Rhomboëder. Fig. 52.

Fig. 54 u. 55.



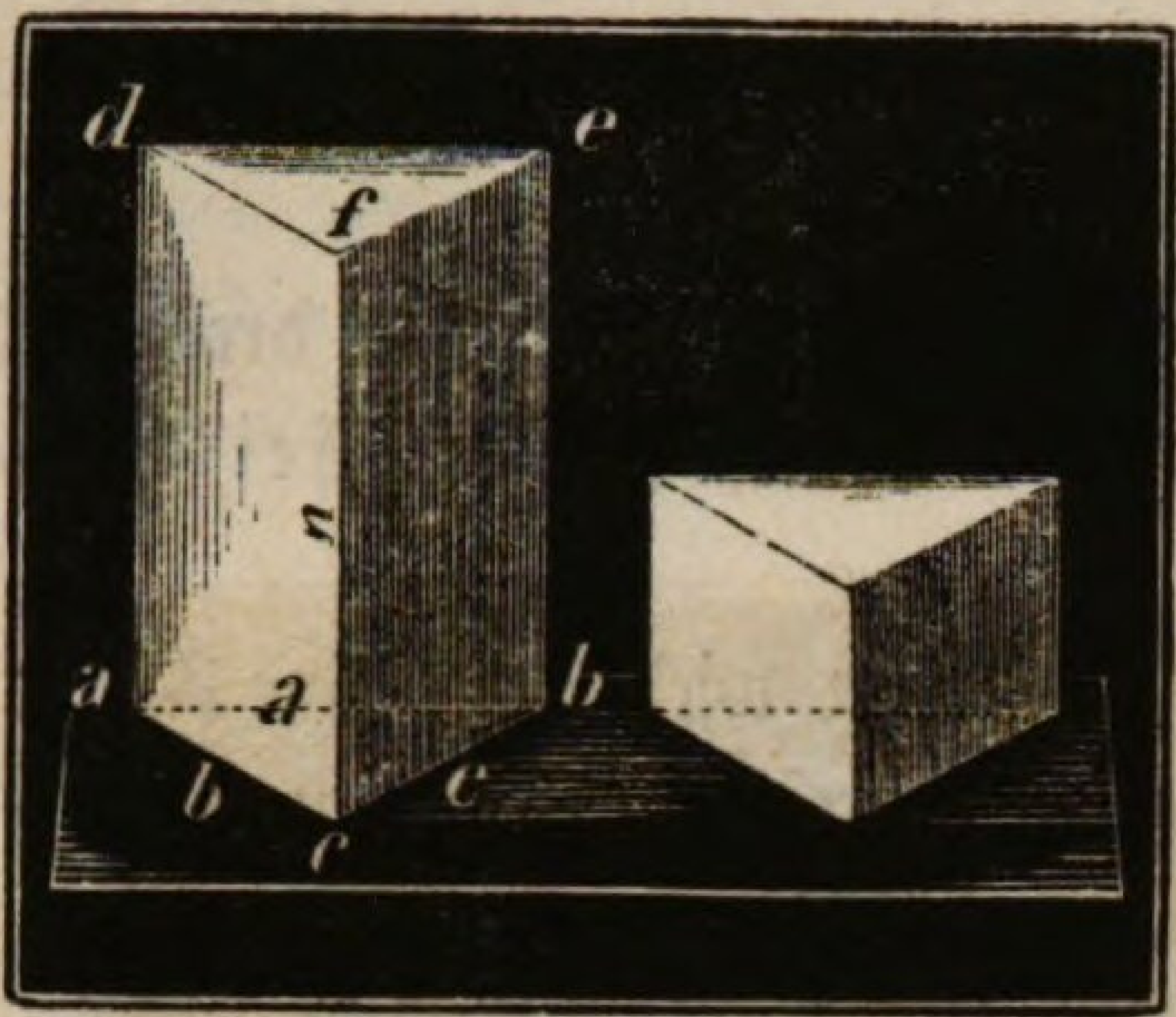
2) Bleibt die Bewegung im Uebrigen dieselbe, erstreckt sie sich aber auf mehr oder weniger, als eine Kantenlänge des Quadrats, so entsteht eine senkrechte oder schiefe vierseitige Ecksäule (vierseitiges Prisma) oder eine vierseitige Tafel. Fig. 54 und 55.

---

*) In gleicher Weise, wie durch die Entstehung der Flächen die Sätze über Gleichheit und Aehnlichkeit der Figuren veranschaulicht werden, werden die folgenden Sätze der Stereometrie von Nutzen sein.

**) Es wird sehr zur Veranschaulichung dienen, wenn diese Bewegungen vor den Augen der Schüler selbst mit der entsprechenden Fläche vorgenommen werden.

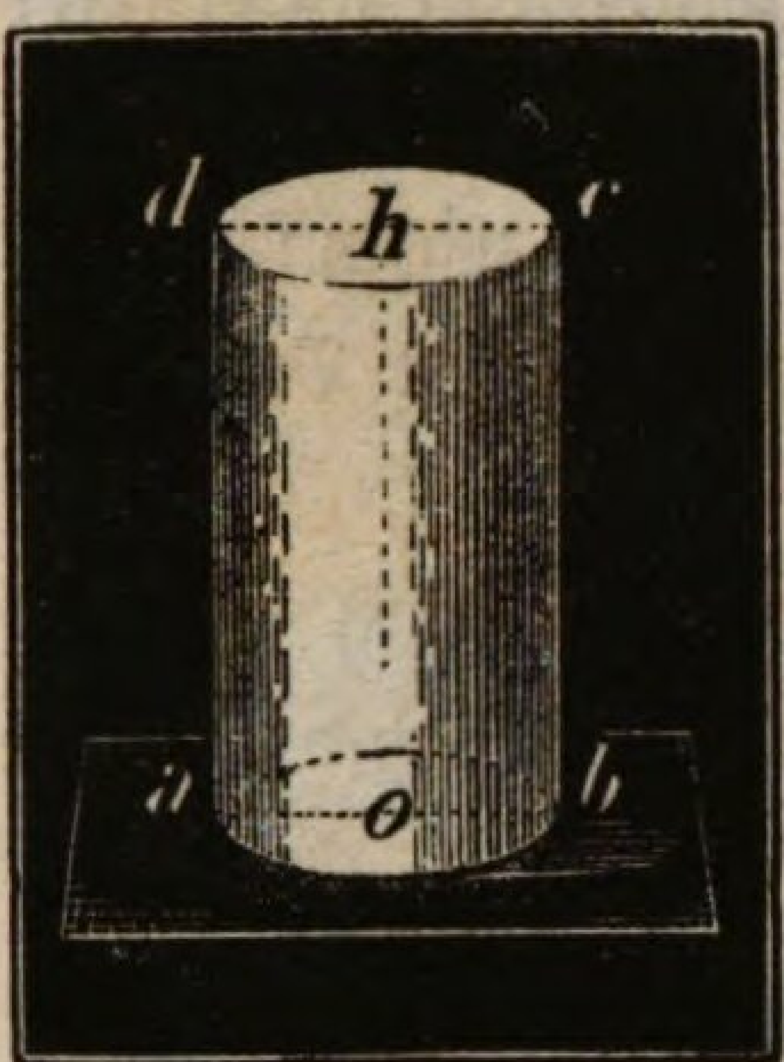
Fig. 56 u. 57.




3) Wäre die sich bewegende Fläche ein gleichseitiges Dreieck, so würde je nach Umständen ein senkrechtes oder schiefes dreiseitiges Prisma oder eine eben solche dreiseitige Tafel entstehen. Fig. 56 und 57.

4) Wie hiernach die Entstehung des fünf-, sechs-, siebenseitigen Prismas erklärt werden müsse, ist einleuchtend.

Fig. 58.




5) Wäre unter den eben genannten Umständen die sich bewegende Fläche ein Rechteck, so würde je nach Umständen ein senkrechtes oder schiefes Parallepipedum entstehen.

6) Macht indessen ein Rechteck um eine seiner Seiten eine ganze Drehung, so ist der durchstrichene Raum ein senkrechter Cylinder. Fig. 58.

7) Es würde ebenso ein Cylinder entstehen, wenn eine Kreisfläche sich mit ihrer anfänglichen Lage gleichbleibend senkrecht oder schief auf- oder abwärts bewegte, nur daß der Cylinder in dieser Weise im zweiten Falle selbst ein schiefer werden würde.*)

8) Drehte man einen Halbkreis um seinen Durchmesser, so durchstriche er den Raum einer Kugel und zwar würde der Bogen des Halbkreises die krumme Oberfläche der Kugel beschreiben.

**b. Die Fläche ändert bei ihrer Bewegung ihre ursprüngliche Größe, indem sie zu- oder abnimmt.**

1) Bewegt sich ein Quadrat a b c d Fig. 59 mit seiner anfänglichen Lage gleichbleibend senkrecht oder schief auf- oder abwärts, nimmt dabei aber in seiner Größe nach und nach bis zu einem bloßen Punkte

---

*) In all den vorhergenannten Fällen ist es leicht einzusehen, daß die obere Grundfläche der unteren vollkommen gleich sein müsse; es ist ja dieselbe Figur, nur an einer andern Stelle im Raume. Ebenso ist klar, daß jeder mit der Grundfläche eines Prismas oder Cylinders parallele Durchschnitt der Grundfläche selbst gleich sein müsse, weil auch er dieselbe Figur ist, wie die Grundfläche. Die Stereometrie beweist dieß mathematisch.

Fig. 59.

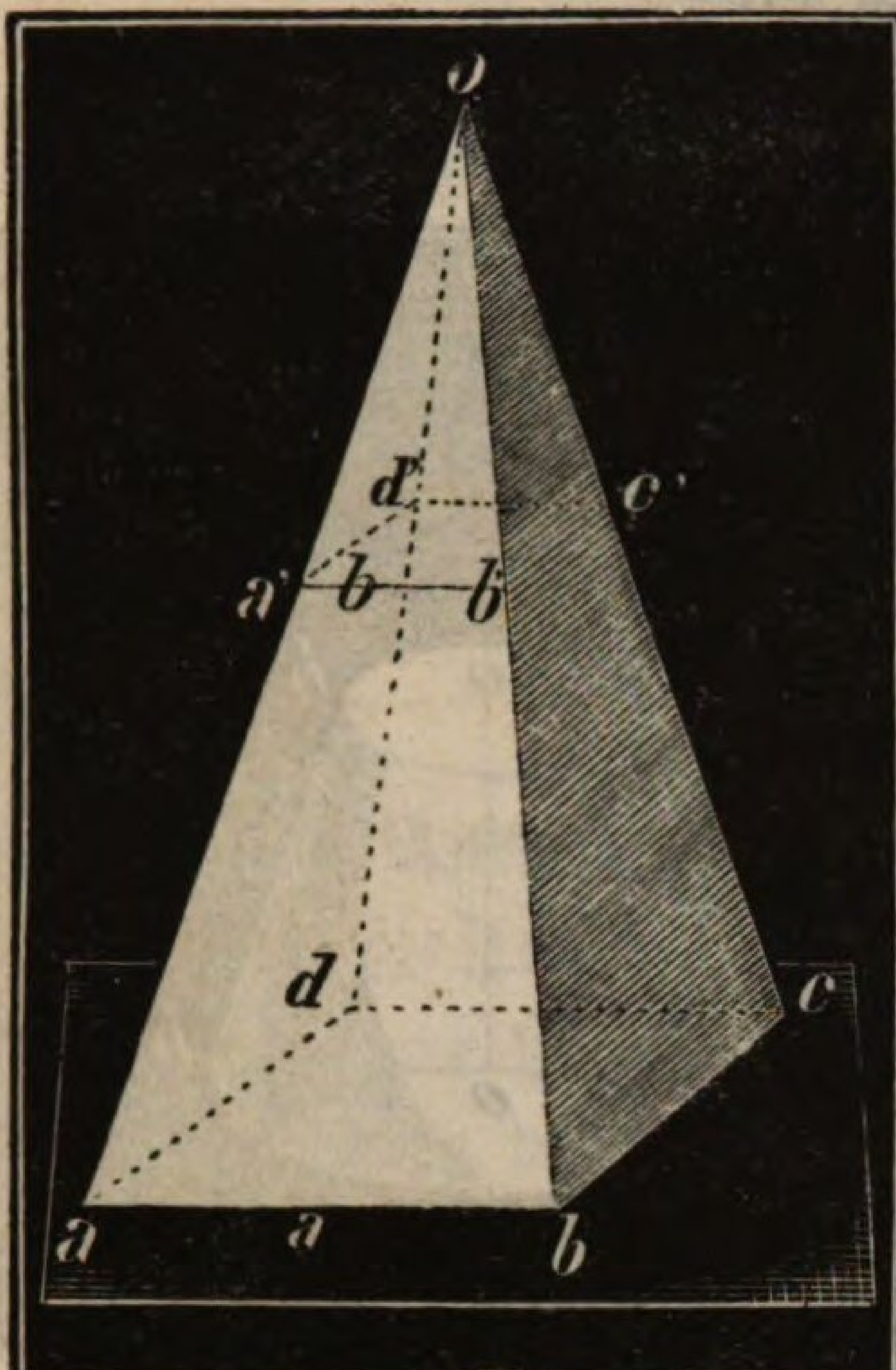
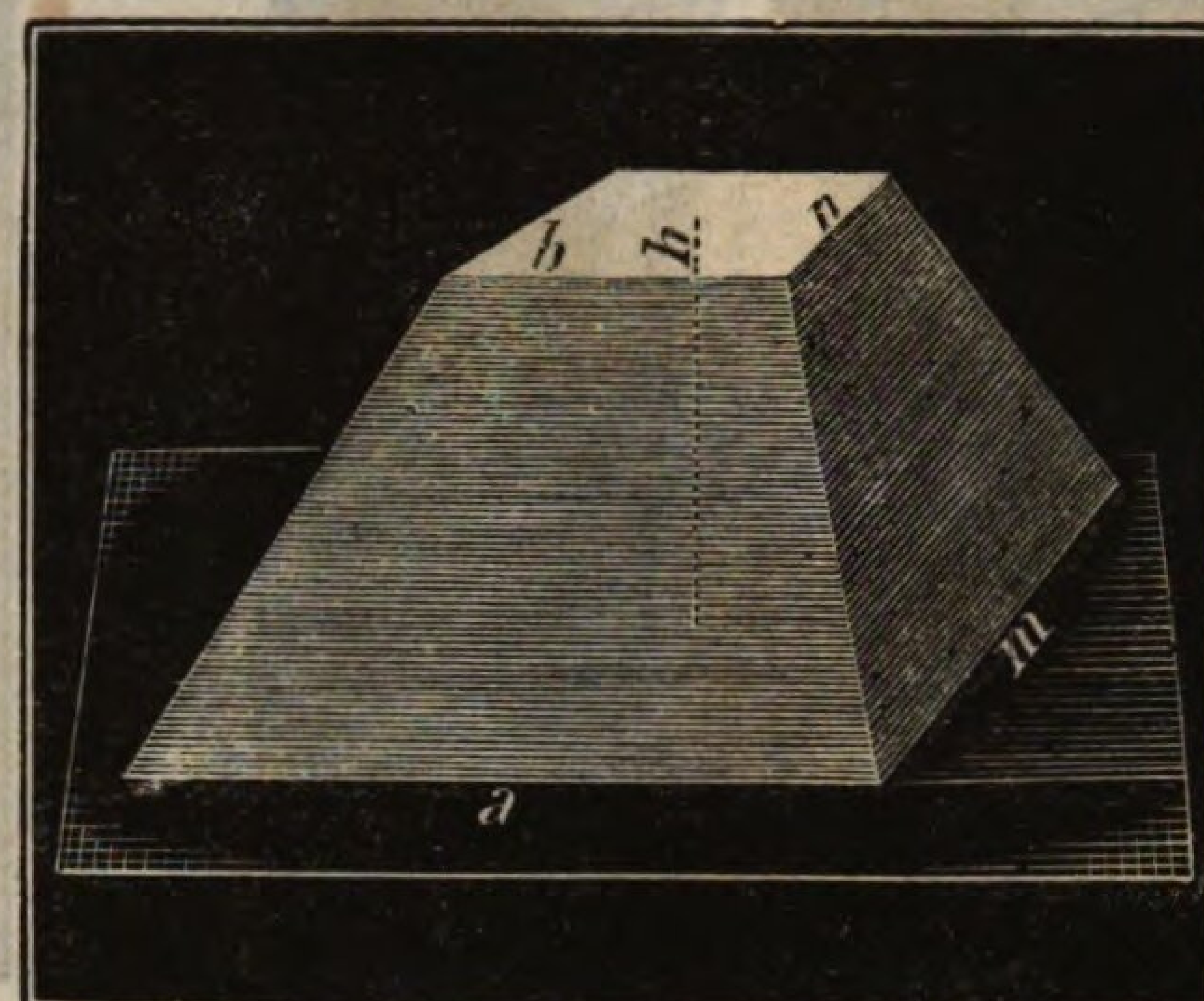


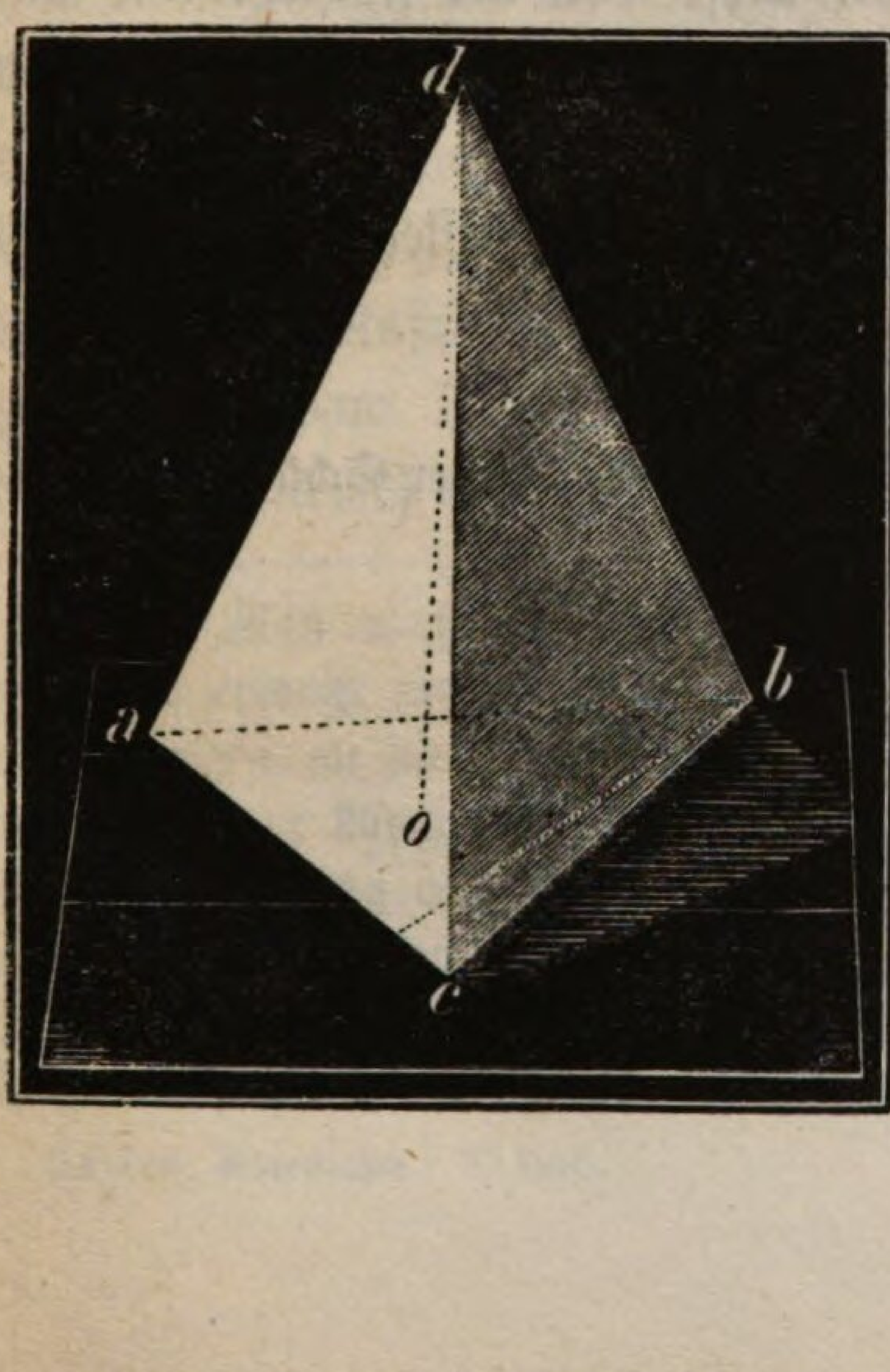

Fig. 60.

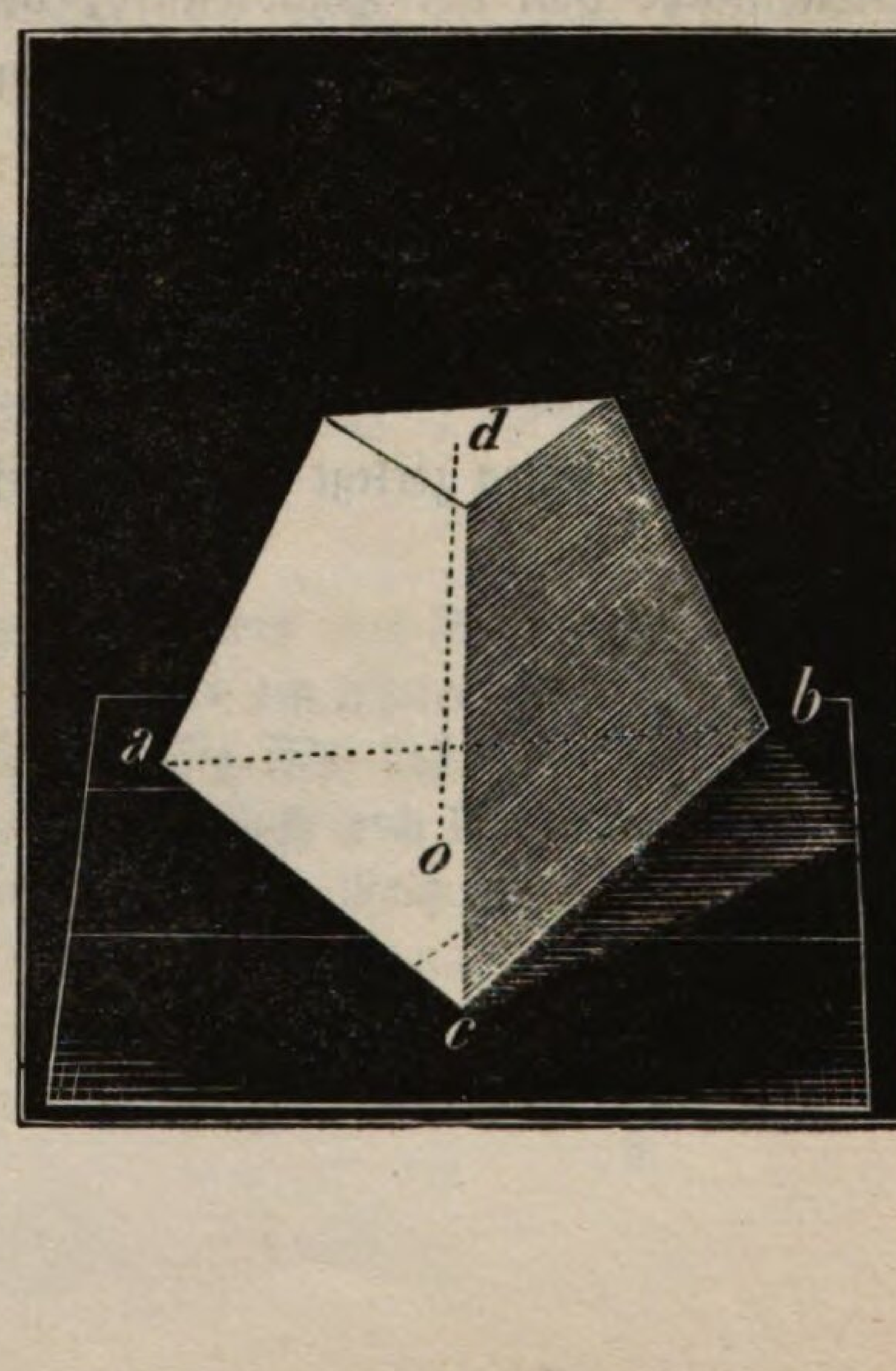



regelmäßig ab, so ist der von ihm durchstrichene Raum entweder eine senkrechte oder schiefe vierseitige Spitzsäule (eine vierseitige Pyramide).

2) Nimmt unter den vorbemerkten Umständen das Quadrat nicht bis zum bloßen Punkte ab, so entsteht eine eben solche abgestumpfte Pyramide. Fig. 60.

3) Wäre die sich bewegende Fläche ein gleichseitiges △, so würde je



nach Umständen eine dreiseitige senkrechte oder schiefe ganze oder abgestumpfte Pyramide entstehen. Fig. 61 und 62.

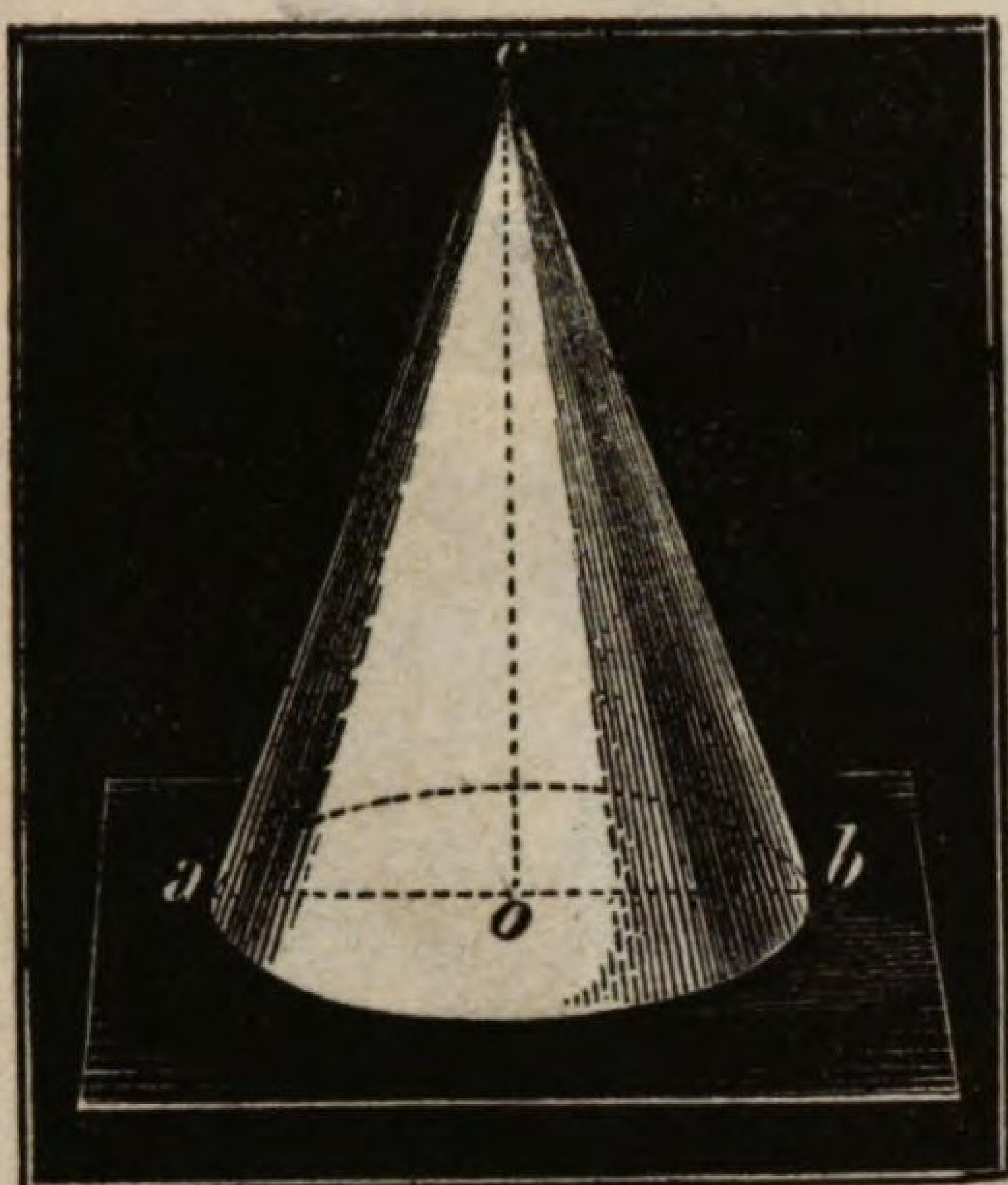


Fig. 63.

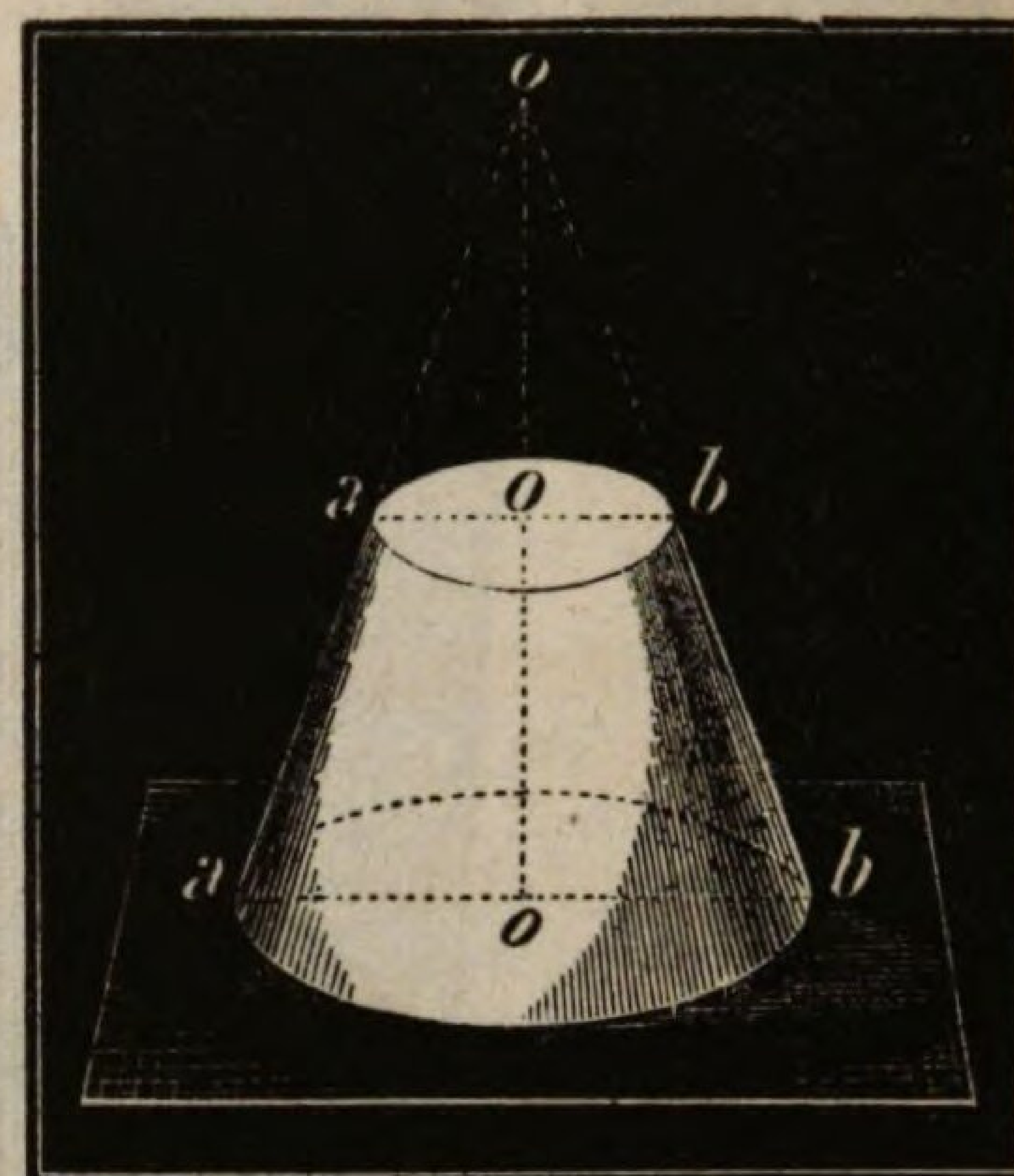


Fig. 64.

4) Wie entsteht hiernach die fünf-, sechsseitige Pyramide?

5) Bewegte sich in dieser Weise ein Kreis, so würde der durchlaufene Raum ein senkrechter oder schiefer, ganzer oder abgestumpfter Kegel sein. Fig. 63 und 64.

6) Dreht sich aber ein rechtwinkeliges Dreieck um eine seiner Katheten, so entsteht ebenfalls ein Kegel und zwar nur ein senkrechter, dessen krumme Seitenfläche von der Hypotenuse, dessen Achse von der stillstehenden Kathete und dessen Grundfläche von der sich bewegenden Kathete beschrieben wird. Fig. 63.

7) Hiernach ist es unschwer, sich auch die Entstehung der regelmäßigen Körper zu erklären.*)

*) Am besten zerlegt man sie indessen vor den Augen der Schüler in Pyramiden.

# Dritter Abschnitt.

## Ausmessung der Linien, Winkel, Flächen und Körper.

---

### Erstes Kapitel.

### Ausmessung der Linien und Winkel.

§. 30.

**a. Ausmessung der geraden Linie (Längenmaß).**

1) Vom Messen und den verschiedenen Maßen überhaupt.

Die gerade Linie hat eine Ausdehnung in die Länge, sie besitzt Größe und kann daher gemessen, vergrößert und verkleinert werden. Eine Größe messen, heißt zusehen, wie oft eine andere, als Maßeinheit angenommene, gleichartige in ihr enthalten ist. Die gerade Linie und Alles, was als solche angenommen wird, kann also wieder nur durch eine Gerade gemessen werden. Die als Maß angenommene Größe heißt Maßstab, Maß. Die Maße können natürliche und künstliche sein. Natürliche Maße wären z. B. haarbreit, die Dicke einer Messerklinge, fingerdick, fingerlang, handbreit, handlang, eine Spanne, kopfgrößer, armslang, der Schritt, ein Steinwurf, einen Büchsenschuß weit ꝛc. Künstliche Maße wären die verschiedenen Maßstäbe, als der Fuß, die Elle, die Meßruthe oder Meßstange, Meßkette, eine Leine. Mißt man nur eine Linie oder einen Gegenstand, der als solche angesehen wird (ein Stück Tuch, Band, ein Seil, ein Weg ꝛc.); so heißt das hier angewendete Maß Längenmaß. Die Grundeinheit aller Maße im Norddeutschen Bunde ist laut Gesetz vom 17. August 1868 vom 1. Januar 1872 an das Meter*) (man sagt wohl auch der Meter) oder der Stab**).

---

*) Man muß sich von der Größe des Meters das Bild recht einprägen, und dies erlangt man vielleicht dadurch, daß man ein Meter mit seinen Unterabtheilungen an die Wand zeichnet. Ebenso nöthig ist's, daß sich die Schüler im Abschätzen der Längen üben; also etwa sagen, wie hoch und breit ein Fenster, eine Thüre, wie lang und breit ein Tisch, eine Bank sei. Nach der Schätzung messe man nach, damit das Auge seinen Fehler kennen lerne.

**) Die Anwendung der auf das Meter gegründeten Maße und Gewichte ist vom 1. Januar 1870 an gestattet.

Das Meter ist der 10 millionste Theil eines Erdmeridianquadranten, oder 40 millionste Theil eines ganzen Erdmeridians.*)

Das im Norddeutschen Bundesgebiete als Maßeinheit zu Grunde gelegte Meter ist aus Platina verfertigt, befindet sich im Besitze der preußischen Regierung und wurde 1863 durch eine von der preuß. und franz. Regierung bestimmte Kommission mit dem franz. Meter verglichen, und bei einer Temperatur, wie sie das schmilzende Eis hat, war ihr Längenverhältniß dieses:

Preuß. Meter verhielt sich zum Franz. Meter = 1,00000301 : 1,00000000 d. h. das preuß. Meter ist um 301 Hundertmillionstel der Länge größer, als das Pariser. Auf die Länge des Meters sind nun, wie schon bemerkt, sämmtliche Maße und Gewichte, so wie auch die Münzen basirt. Hier haben wir's zunächst mit dem Längenmaße zu thun.

## I. Vervielfachung des Meters.

| | | |
|---|---|---|
| 10 Meter | = | 1 Dekameter oder eine Kette. |
| 100 Meter | = | 1 Hektometer. |
| 1000 Meter | = | 1 Kilometer. |
| 10000 Meter | = | 1 Myriameter. |
| 750 Meter | = | 1 Meile. |

## II. Theilung des Meters.

| | | |
|---|---|---|
| $^1/_{10}$ Meter | = | 1 Dezimeter. |
| $^1/_{100}$ Meter | = | 1 Zentimeter = 1 Neuzoll. |
| $^1/_{1000}$ Meter | = | 1 Millimeter = 1 Strich. |
| Ein Meter ist also | = | 10 Dezimeter |
| | = | 100 Zentimeter |
| | = | 1000 Millimeter. |

---

*) Ein Meridian ist bekanntlich ein Kreis, der durch die beiden Pole der Erde geht und den Aequator zweimal rechtwinkelig schneidet. Die französische Nationalversammlung ließ den Meridianbogen zwischen Barcelona und Dünkirchen aufs Genauste messen und darnach die Länge des ganzen Meridians und somit auch die Länge des Meters bestimmen. Ein solcher Meterstab, aus Platina verfertigt und étalon primitif genannt, wurde am 22. Juni 1799 im Staatsarchive niedergelegt und am 10. Dezbr. desselben Jahres als Maßeinheit in Frankreich eingeführt.

Weil bei der Theilung des Meters die Zehntheilung angewandt wird, so scheint es sehr zweckmäßig, alle hier einschlagenden Aufgaben mittelst der Dezimalbruchrechnung zu lösen, und so soll es denn auch gehalten werden. Nennt man z. B. das Meter ein Ganzes, so ist ein Dezimeter, wie das ja auch der Name sagt, = $^1/_{10}$ Meter; das Zentimeter = $^1/_{100}$ Meter, und das Millimeter ist gleich $^1/_{1000}$ Meter, und man schreibt und liest das Meter mit seinen Unterabtheilungen, wie Ganze und Dezimalbrüche, so daß also z. B. 75,345 Meter gelesen wird: 75 Meter, 3 Dezimeter, 4 Zentimeter und 5 Millimeter oder auch 75 ganze und 345 tausendstel Meter. Wer also mit der Dezimalbruchrechnung, wie vorausgesetzt wird, bekannt und vertraut ist, dem wird ihre Anwendung auf das neue Maß- und Gewichtssystem keine Schwierigkeit verursachen.

Zur Uebung im Lesen des Metermaßes hier noch einige Aufgaben:

a. Wieviel Dezimeter sind 53,45; 1,547; 9,8573; 77,5; 40,845 Meter?

b. Wieviel Dezi- und Zentimeter sind: 75,94; 48,374; 7,563; 549,834 Meter?

c. Wieviel Zenti- und Millimeter sind: 4,93; 57,4; 3,745; 8,49; 0,378; 0,045; 0,802; 54,909; 3,7569 Meter?

d. Wieviel Meter sind: 897,49; 80,6; 49,857; 7493,2 Dm.? 8493,6; 7009,4; 5439,2; 48357,5 Zm.? 7999,4; 15489,2; 248357,54; 120759,89; 56,740 Millimeter?

Wer sich in das Verständniß des neuen Maß- und Gewichtssystems so recht hineinleben will, der muß fürs Erste das Verhältniß der Länge des seither bei ihm zu Lande gebräuchlichen Fußes zum Meter und umgekehrt das Verhältniß des Meters zum Fuße genau kennen, und fürs Zweite muß er viele Umwandlungen des einen Maßes in das andere vornehmen.

Zur Erleichternng dieser beiden so nothwendigen Geschäfte finden sich am Ende des Buches Tabellen über die Verhältnisse der verschiedenen Längen-, Flächen- und Körpermaße zum Metermaße beigegeben, in denen man vorkommenden Falles nachsehen wolle. Einige Beispiele werden die Umwandlung dieser verschiedenen Maße ineinander erläutern.

a. aus Tabelle 1 ersieht man z. B. daß ein Nassauischer Werkschuh = 0,3 Meter, also = 3 Dezimeter = 30 Zentimeter = 300 Millimeter ist; wenn nun 300 Millimeter = 1 Nass. Werkschuh sind, so ist

ein ganzes Meter, welches = 1000 Millimeter ist = 1000 : 300 = 10 : 3 = $\frac{10}{3}$ = 3,33 . . . Fuß. Also mache ich nach dem Zweisatze den Ansatz:

Meter Fuß
0,3 = 1
1 = ?

$$\begin{array}{l} 0{,}3 = 1 \times 10 \\ 0{,}1 \quad 3 \\ 1 \end{array} = \frac{10}{3} = 3{,}333 \text{ .. Fuß.}$$

b. Ein Preuß. Fuß ist (nach Tab. 1) = 0,314 Meter = 3,14 Dezimeter = 31,4 Zentimeter = 314 Millimeter. Darum ist 1 Meter = 1 : 0,314 = 1000 : 314 = 3,169 Pr. Fuß. Hätte ich nun z. B. 6 Meter in Preuß. Fuß zu verwandeln, so machte ich den Ansatz:

Meter Pr. F.
0,314 = 1
6 = ?

$$\begin{array}{l} 0{,}314 = 1 \times 1000 \times 6 \\ 0{,}001 \quad 314 \\ 1 \\ 6 \end{array} = \frac{6000}{314} = 19{,}108 \text{ Pr. F.}$$

Wie viel preuß. Fuß sind 10,5; 15,9; 48,75; 43,25 Meter?

c. Wenn ein Oesterreichischer Fuß nach Tabelle 1 = 0,316 Meter ist, so sind 16 Meter wieviel Fuß?

Ansatz nach dem Proportionalsatze:

0,316 M. : 16 M. = 1′ : x′

x = 16 : 0,316 = 16000 : 316 = . . . . . . Fuß.

Wie viel Oesterreichische Fuß sind 59,7 : 50,75 ; 28,5; 30,7; 80,25 55,49 Meter?

d. In Darmstadt sind 0,25 Meter = 1′; wie viel Fuß sind 54 Meter?

Ansatz:

0,25 M. : 54 M = 1′ : x′.

x = 54 : 0,25 od. 5400 : 25 = 216′.

Wie viel Darmstädter Fuß sind 49; 59,3; 88,25; 90,7 Meter?

e. In Nassau ist ein Feldschuh = 0,5 = $^1/_2$ Meter; wie viel Feldfuß sind 94,56 Meter?

Ansatz:

0,5 Meter : 94,56 Meter = 1′ : x′

x = 94,56 : 0,5 = 945,6 : 5 = 189,12′.

Wie viel Nass. Feldschuhe sind 88,2; 43,95; 75,75; 75,25; 20,625 99,875 Meter?

f. In Frankfurt a. M. z. B. hatte seither

1 Fuß = 12 Zoll,

1 Zoll = 12 Linien.

12,5 Fuß bildeten 1 Feld- und

15,8489 Fuß „ 1 Waldruthe.

Nun hat 1 Fuß = 0,28461, abgekürzt: 0,285 Meter:

Mithin ist 1 Zoll $= \frac{0,28461}{12}$ M. $= \frac{2,8461}{12}$ dm. $= \frac{28,461}{12}$ zm.

$= \frac{284,61}{12}$ mm.

Wie viel giebt das in jedem Falle, wenn man die Division ausführt?

Will man wissen, wie groß eine Linie in Metern ꝛc. ist, so theile man die so eben genannten Resultate nochmals durch 12.

Eine Feldruthe ist also wie viel Meter?

Man findet dieses durch folgenden Ansatz und die daraus folgende Ausrechnung:

1′ : 12,5′ = 0,28151 M. : x

x = 12,5 × 0,28461 = 3,557675 oder abgekürzt:

also 1 Feldruthe = 3,558 Meter.

Eine Waldruthe ist

1′ : 15,8489′ = 0,28461 . M: x

x = 15,8489 × 0,28461 = 4,5108 . . . Meter.

also eine Waldruthe = 4,5108 Meter.

Ein Frankfurter Stab ist = 1,182 Meter.

Eine „ Elle = 0,5473 „

Eine Frkfrt.-Brab. Elle = 0,6992 „

Ein Klafter = 1,7077 „

Soll man nun umgekehrt sagen, wie groß ein Meter in Fußen, Zollen, Linien, in Feld-, Waldruthen ꝛc. ist, so schließt man: 0,28461 Meter = 1 Fuß; ein ganzes Meter ist wieviel Fuß?

Darum Ansatz:

0,28461 M. : 1 M. = 1′ : x oder

28461 M. : 1000000 M. = 1′ : x′

$x = \frac{100000}{28461} = 3{,}5136$ Fuß.

Also ist 1 Meter = 3,5136 Fuß.

Wenn man sagen sollte, wie viel Fuß nun ein Dezi-, Zenti-, Millimeter sei, so müßte man offenbar die Länge des Meters oder die 3,5136 Fuß durch 10; durch 10 × 10 oder 100, und 10 × 10 × 10 oder 1000 theilen. Es ist also, da 1 Meter = 3,5136 Fuß,

1 Dez. = 0,35136,
1 Zent. = 0,035136 und
1 Millim. = 0,0035136 Fuß.

Sollte man diese Fuß-Größen in Zoll und Linien verwandeln, so müßte man die Fuße mit 12, und 12 × 12 oder 144 multiplizieren.

Es ist darum:

1) 1 Dezimeter 0,35136 × 12 = 4,21632 Zoll;
2) 1 Zentimeter 0,035136 × 12 = 0,421632 Zoll und
3) 1 Millimeter 0,0035136 × 12 = 0,0421632 Zoll.

Multiplizirt man mit 12, so bekommt man:

4) 1 dm. = 0,421632 × 12 = 50,59544 Linien:
5) 1 zm. = 0,0421632 × 12 = 5,059544 „ und endlich
6) 1 mm. = 0,5059584 = 0,506 Linien.

Ist 1 Meter = 3,5136 Fuß und sind 12,5′ eine Feldruthe, so setze ich, um zu finden, wie viel Feldruthen 1 Meter ist:

Ansatz:

3,5576 Meter = 1 Feldruthe
1 ?

Auflösung:

Wenn 3,5576 Meter = 1 Feldruthe ist, so ist 1 Meter = 1 : 3,5576 = 10000 : 3,5576 = 0,28109 Feldruthen; also

1 Meter = 0,28109 Feldruthen.

Ferner wenn 1 Waldruthe = 4,5108 Meter ist, so ist ein Meter = 1 : 4,5108 = 10000 : 45108 = 0,22169 Waldruthen.

Wenn 1 Elle = 0,5473 Meter ist, so ist 1 Meter = 1 : 0,5473 = 1000 : 5473 = 1,8272 Ellen.

Wenn 1 Stab = 1,182 Meter ist, so ist 1 Meter = 1 : 1,182 = 1000 : 1182 = 0,84601 Stab ꝛc.

So kann man die Fuße, Zolle, Linien, Ruthen ꝛc. jedes Landes in Metern und das Metermaß in Fußen ꝛc. ꝛc. ausdrücken, d. h. umwandeln. Zuerst merkt man sich das Verhältniß des lokalen Fußes zum Meter und umgekehrt. Dann multiplizirt man die metrische Länge des Fußes mit der Zahl, die angiebt, wie viel solcher Fuße eine Werk-, Feld- oder Waldruthe ausmachen. Theilt man die metrische Länge des Fußes durch die Zahl, welche angiebt, in wieviel Zoll der Schuh getheilt wird, so erhält man Zoll ꝛc. ꝛc. in M., dm., zm., mm.

94°, 12′, 11″ Frankfurter Feldmaß sind wie viel Meter?

Auflösung.

a. 1° = 3,5576 M.; 94° also 3,5576 M. × 94 = . . . . .

b. 1° = 0,28461 M.; 12′ also 0,02372 × 12 = . . . . .

c. 1″ = 0,02372 M.; 11″ also 0,02373 × 11 = . . . . .

485¾ M. = 485,75 M. sind wie viel Frankfurter Feldruthen?

Auflösung.

1 Meter = 0,28109 F.-R.; 485,75 Meter, also 0,28109 × 485,75 = . . . . . . Feld-Ruthen.

Wir wollen nun noch einige Aufgaben zur Uebung machen, in denen kein besonderes, lokales Maß angegeben ist:

1) Ein rechteckförmiger Acker hat eine Länge von 785,4′ und eine Breite von 349,7′; wie groß ist sein Umfang in Metern?

2) Wie groß ist die Seite eines Quadrates von demselben Umfang?

3) Ein Saal ist 20,5 Meter lang und 16,9 Met. breit. Was kostet die Bordur beim Tapeziren, wenn 1′ mit 2,1 ₰. oder auch mit 3 Pf. bezahlt wird?

4) Das Dach eines Schulhauses ist 160,5′ lang; was kosten die beiden Dachkennel, wenn das l. M. mit 18,8 kr. oder auch mit 5 Sgr. 9 Pf. bezahlt wird?

5) Ein Mann hat einen rechteckförmigen Garten von 5784,75′ Länge, 3789,2, Breite. Er läßt denselben mit einer Mauer umgeben. Was kostet das, wenn das l. M. dieser Mauer 2 fl. 45 kr. oder auch 2 Thlr. 10 Sgr. 10 Pf. kostet?

6) Ein Anderer läßt seinen eben so geformten Garten, der 9568,3′ lang und 5678,9′ breit ist, mit einer Staketenwand umgeben. Alle Dezimeter lang kommt eine Stakete von 5,3′ Höhe. Was kostet das, wenn das l. M. der Stakete mit 5,2 kr. oder auch mit 2 Sgr. 9 Pfg. bezahlt und das l. M. Schwelle mit 10½ kr. oder 3 Sgr. 6 Pf. und der oberen Rahme mit 5,8 kr. oder auch 2 Sgr. bezahlt wird?

## §. 31.

## Ausmessung der krummen Linie.

(Verfertigung des Winkelmessers (Transporteurs); Winkelmessung).

Die krumme Linie kann auf eine zweifache Art gemessen werden, 1) als krumme Linie und 2) als solche, die in einem bestimmten Verhältnisse zu einer Geraden steht.

### Ausmessung der krummen Linie als solche.

1) Vom Messen der Krummen und den dabei geltenden Maßen überhaupt.

Wenn die gerade Linie wieder nur durch eine Gerade, wenn überhaupt jede Größe nur durch eine andere, ihr gleichartige Größe gemessen werden kann; so wird auch die Krumme als solche nur durch eine andere Krumme gemessen werden müssen. Die bekannteste dieser krummen Linie ist die Kreislinie (der Kreisumfang), und von dieser ist auch hier nur die Rede.

Es ist ein uralter Gebrauch, die Kreislinie in 360 gleiche Theile zu theilen. Jeder Theil heißt ein Grad. Ein solcher Grad wird wieder in 60 gleiche Theile getheilt, und jeder solcher Theile Minute genannt. Die Minute hat ebenso 60 Secunden, die Secunde 60 Tertien. Die Bezeichnung ist (⁰), (′), (″), (‴), so daß also $5^0$, 9′, 7″, 13‴ gelesen werden muß: 5 Grad, 9 Minuten, 7 Secunden und 13 Tertien.

Wenn, wie wir oben sehen, eine Kreislinie entsteht, indem eine gerade Linie um einen ihrer Endpunkte eine ganze Drehung macht; wenn ferner auch durch diese Drehung die verschiedenen Winkel erzeugt werden: so muß zwischen der Größe eines Kreisbogens und der Größe des entsprechenden Winkels ein inniger Zusammenhang entstehen. Ein so ent-

stehender Winkel liegt mit seinem Scheitel am Mittelpunkt desjenigen Kreises, zu dem der eine Endpunkt seines Schenkels den Umfang beschreibt; man nennt einen solchen Winkel Mittelpunktswinkel. Wie wir ebenfalls sahen, hängt die Größe eines Winkels nicht von der Größe seiner Schenkel, sondern nur von der Größe des beschriebenen, also dem Winkel gegenüberstehenden Bogens ab. Mittelpunktswinkel und zugehöriger Bogen sind daher in Rücksicht der Größe gleichbedeutende Dinge. Eins wird gemessen, wie das andere.

2) Verfertigung des Winkelmessers (Transporteurs).

Fig. 65 a.



Um zu wissen, wie groß ein Winkel ist, muß ich zusehen, wie viel Grade der ihm gegenüberstehende Bogen hat. Hierzu ist ein eigener Maßstab vorhanden, den man Winkelmesser oder Transporteur nennt. Fig. 65 a. Man verfertigt ihn auf folgende Art:

Man zieht einen Halbkreis, theilt ihn in 4 gleiche Theile, jeden Theil in 3, jeden Theil nochmals in 3 und jeden dieser Theile in 5 gleiche Theile; so ist jeder Theil ein Grad, und es hat deren der Halbkreis 180. Mit diesem Instrumente kann man jeden Winkel messen. Ueber die Anwendung dieses Instrumentes mündlich. Auf dem Felde mißt man Winkel durch besondere Instrumente: Spiegelkreuzscheibe, Astrolabium, Spiegelsextant, Theodolit.

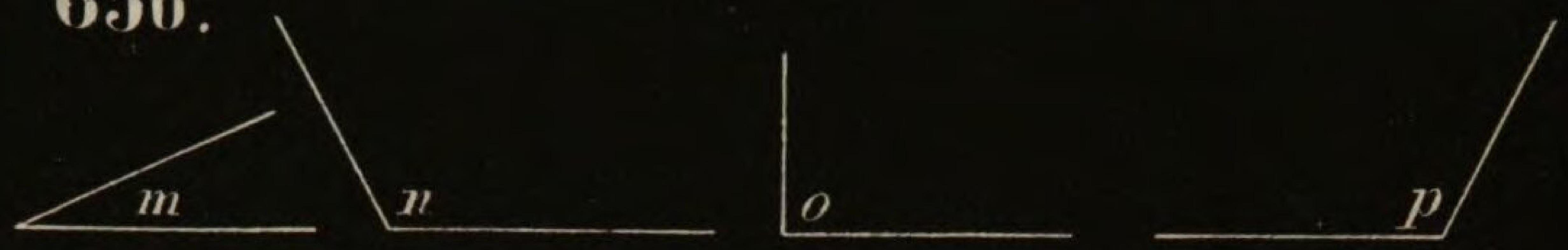
Mit dem Winkelmesser löst man folgende Aufgaben:

1) Gegebene Winkel zu messen; 2) Winkel von gegebener Größe zu machen; 3) Winkel fortzutragen; 4) Winkel zu vergrößern und zu verkleinern.

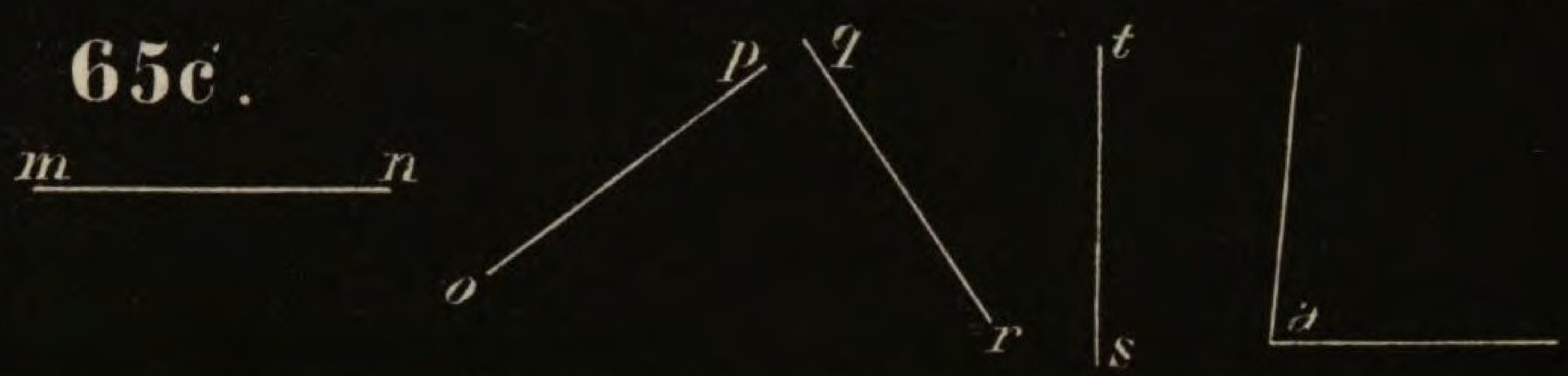
1) Wie groß sind die Winkel m, n, o, p? Fig. 65 b.

2) Mache einen Winkel von $14^0$, $149^0$, $74^0$, $60^0$, $120^0$, $80^0$, $90^0$, $100^0$!

65b.




65c.




3) Trage die Winkel m, n, o, p unter Aufgabe I. an die Punkte m, o, q, t der Linien m n, o p, q r, s t! Fig. 65c.

4) Mache den Winkel a 2-, 3-, 4-, 5mal so groß und ebenso oftmal so klein; vergrößere ihn um 10°, 7°, 14°, 60° und verkleinere ihn 8°, 3°, 50°, 46°!

## §. 32.

## Ausmessung der krummen Linie, als solche, die zur Geraden in einem bestimmten Verhältnisse steht.

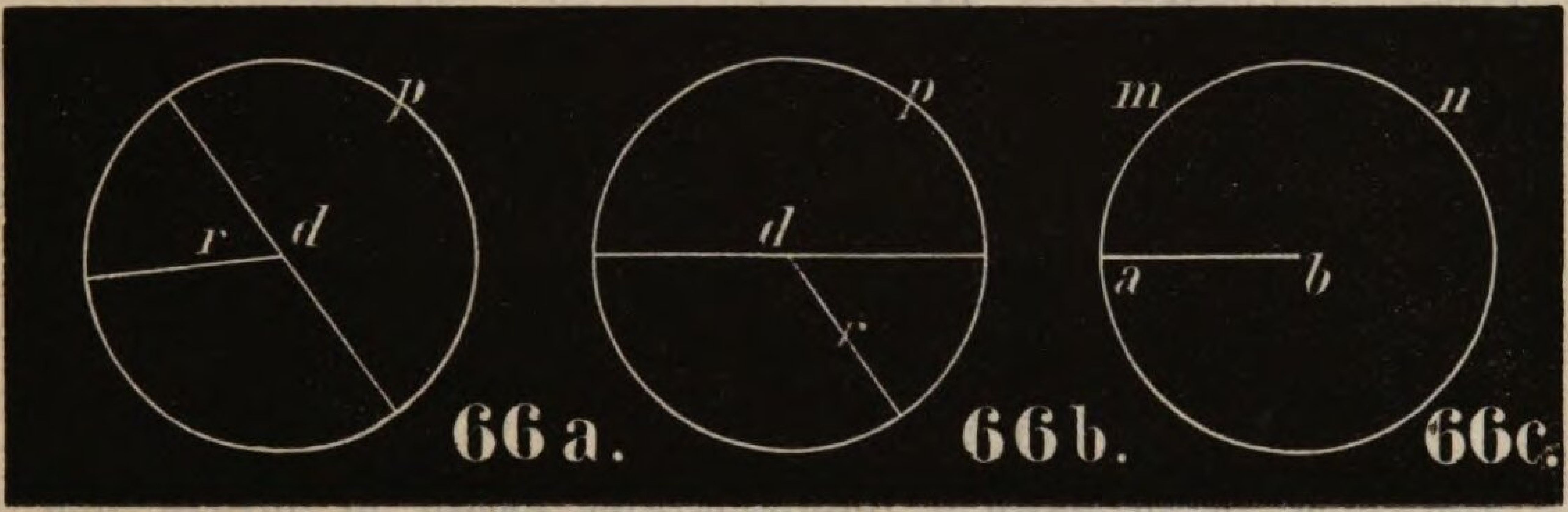
In diesem Betracht muß die krumme Linie durch eine Gerade gemessen werden. Die wichtigste Gerade, die zur Kreislinie, von der ja hier nur die Rede ist, in einem ziemlich genau bestimmten Verhältnisse steht, ist der Durchmesser, und darum wird auch er am besten gebraucht werden können, aus seiner gegebenen Länge die des Umfanges zu suchen. Sein Verhältniß zum Umfang des Kreises zu erforschen, hat man sich schon vor Jahrtausenden bemüht. Archimedes*) stellte zuerst das ungefähre Verhältniß wie 7 zu 22 auf, d. h. wenn der Durchmesser 7 Theile hat, so hat der Umfang eines Kreises deren ungefähr 22. Ein Deutscher, Ludolph von Ceuln, gewöhnlich von Köln genannt, berechnete das Verhältniß wie 100 zu 314 oder 1 : 3, 14 . . . **). Dieses Verhältniß in ganzen Zahlen auszudrücken, ist indessen bis jetzt noch nicht gelungen und wird auch nicht gelingen. Die Zahl, welche anzeigt, das Wievielfache der

---

*) Geboren um das Jahr 287 v. Chr. zu Syrakus, 212 von einem römischen Soldaten bei der Einnahme von Syrakus getödtet.

**) Es ist hier unerläßlich, sich einen Kreis (etwa von Pappendeckel) zu verfertigen, um die Peripherie desselben einen Faden zu schlingen, und auf diese Art den Schülern obiges Verhältniß zu veranschaulichen.

Umfang eines Kreises von dem Durchmesser ist, nennt man Verhältnißzahl und benennt man sie $\pi$.*) Wir werden uns bald des Verhältnisses 7 : 22, bald des 100 : 314, 15 . . . . oder 1 : 3, 14 . . . bedienen, je nachdem es die Genauigkeit der Rechnung erfordert, oder andere Umstände das Eine oder Andere verlangen. Wenn also der Umfang eines Kreises 3, 14 . . . oder $\frac{22}{7} \times$ so groß ist, als der Durchmesser des Kreises, so wird man, um die Peripherie des Kreises zu erhalten, den Durchmesser nur mit $\pi$ zu multiplizieren brauchen, und umgekehrt wird man, um aus der Peripherie den Durchmesser zu finden, die Peripherie nur mit $\pi$ dividiren. Eine andere wichtige Linie des Kreises ist der Halbmesser; er ist bekanntlich gleich dem halben Durchmesser. Man nenne, wie oben bemerkt, die Verhältnißzahl $\pi$, den Halbmesser = r, den Durchmesser d und den Umfang p. Fig. 66a.



66a. 66b. 66c.

Es sei 1) gegeben d, zu suchen r und p.

Aufl. Ist d gegeben, so ist $p = d\pi$ und $r = \frac{d}{2}$ d. h. in Worten?

2) gegeben r, gesucht d und p.

Aufl. Ist r gegeben, so ist $d = 2\,r$ und $p = 2\,\pi$ d. h. in Worten?

3) gegeben p, gesucht d und r.

Aufl. Ist p gegeben, so ist $d = \frac{p}{\pi}$ und $r = \frac{p}{2\pi}$ d. h. in Worten?

### Uebungsaufgaben.

1) Es sei, Fig. 66b. d = 7; 7,9; 12; 17,5 dm; wie groß ist r und p?

2) Es sei r = 3; 4,5; 7,11; 19 dm; wie groß ist d und p?

3) Es sei p = 46,5; 39,8; 118,25; 57,75; 65,13 dm; wie groß $\pi$ und d?

---

*) $\pi$ ist die griechische Form des Buchstabens p und wird „pi“ gelesen.

Soll nicht der ganze Kreisumfang, sondern nur ein Theil desselben, ein Bogen *), gemessen oder dessen Länge also in Metern angegeben werden; so ist hierzu nöthig zu wissen die Größe des Halb-, Durchmessers oder Umfangs desjenigen Kreises, wovon der Bogen ein Theil ist. Ich habe dann den einfachen Ansatz: Die $360^0$ der ganzen Kreisperipherie verhalten sich so zu den gegebenen Graden des Bogens, wie sich die Größe (Länge) der ganzen Peripherie in Metern zur Länge des Bogens in Metern verhält.

Es sei a b $\times$ 5, 6 Met. der Halbmesser des Kreises Fig. 66c, wie groß ist ein Bogen m n von $75^0\ 44'$?

Aufl. $360^0 : 75^0\ 44' = 2 \times 5,6$ Meter $\times 3,14 : x$; folgl.

$$x = \frac{75^0\ 44' \times 2 \times 5,6 \times 3,14}{360} = \frac{75\frac{11}{15} \times 11,2 \times 3,14}{360}$$

$$= \frac{1136 \times 41,2 \times 3,14}{15 \times 360} \text{ ........ Meter.}$$

Uebungsaufgaben.

Es sei gegeben 1) r = 4,5; 3,8; 0,45; 1,75 Meter.
2) d = 7,5; 9,4; 8; 12,9 Meter.
3) p = 13,2; 34,5; 53; 50,7 Meter.
4) Der Bogen $46^0$; $19^0$; $91^0$; $125^0$.

Wie lang ist in diesen 4 Fällen derselbe Bogen in Metern und in Fußen?

Sollte aber umgekehrt der Bogen in Graden gesucht werden, so müßte r, d oder p in Metern gegeben sein.

Wie viel Grad hat ein Bogen von 24,6 M. dessen Kreishalbmesser 8 M. ist?

Aufl: Ist r = 8, so ist d = 16 und p = 16 $\times$ 3,14 = 50,24 Meter.

Also habe ich die Proportion:

$50,24 : 24,6 = 360\ x$

$$x = \frac{24,6 \times 360}{50,24} = \frac{24,6 \times 90}{12,56} = \frac{221400}{12156}\ 176\frac{43}{157} \text{ Grad.}$$

Es sei ein Bogen eines Kreises 13,5; 17,2; 9,5; 24,6 M.

1) Der Halbmesser dieses Kreises 3,2; 7,3; 5,4; 8,7 M.
2) Der Durchmesser „ „ 19,5; 15,2; 23,2; 18,4 M.
3) Die Peripherie des ersten Kreises 54,3; 37,5; 49,9; 39,7 M.

Wie groß ist in diesen 4 Fällen der Bogen in Graden?

---

**) Wie berechnet man den Quadranten, Sextanten ꝛc.?

### Weitere Uebungsaufgaben.

1) Es habe ein runder Teich 7546,8 M. Umfang; wie groß wird eine Brücke über die Mitte, wenn man auf die Krümmung 21 M. zugeben muß?

2) Eine Rennbahn hat 75,9 Meter Durchmesser; wie groß ist ihr Umfang?

3) Ein runder Tisch hat 2,5 M. Halbmesser; wie viel Personen können daran sitzen, wenn jede Person 0,84 M. des Umkreises bedarf?

4) Der Durchmesser der Erde ist 1720 Meilen; wie groß ist der Halbmesser und der Umfang der Erde; wie lang ist ein Bogen des Aequators oder irgend eines anderen größten Kreises von $64^0$ 45′?

5) Der Umfang des Mondes ist $1470^1/_2$ M.; wie groß ist sein Durch- und Halbmesser, und wie lang ein Bg. seines größten Kreises von $44^0$ 8′?

6) Der Sonnendurchmesser ist = 188000 Meilen; wie groß ist der Halbmesser und der Umfang?

7) Ein Bogen des Merkurumfanges von $50^0$ beträgt $261^2/_3$ Meilen; wie groß ist p, d und r?

8) Der Halbmesser der Venus ist 840 M.; wie groß ist d, p und ein Bogen von $84^0$ 54′?

9) Der Marsumfang ist = 3140 M.; wie viel Grad hat ein Bogen von 490 Meilen? Wie viel Meter, Dekameter, Hektometer und Kilometer sind das, da eine Meile = 7500 Meter ist?

# Zweites Kapitel.

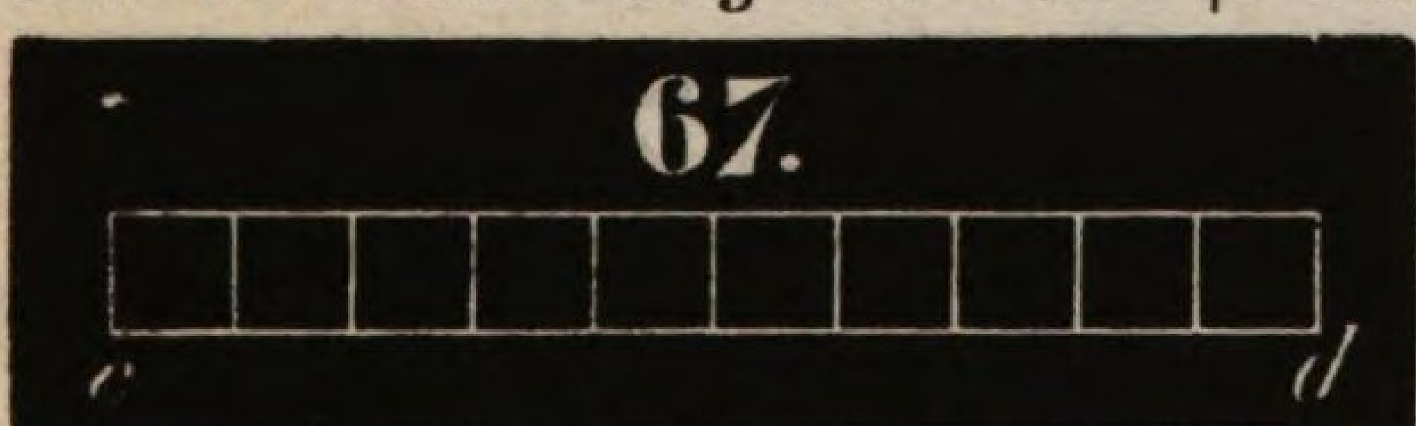
# Ausmessung der Flächen.

## §. 33.

## Ausmessung geradlinig begrenzter Flächen.

### 1) Vom Messen der Flächen überhaupt und den dabei angewandten Maßen insbesondere.

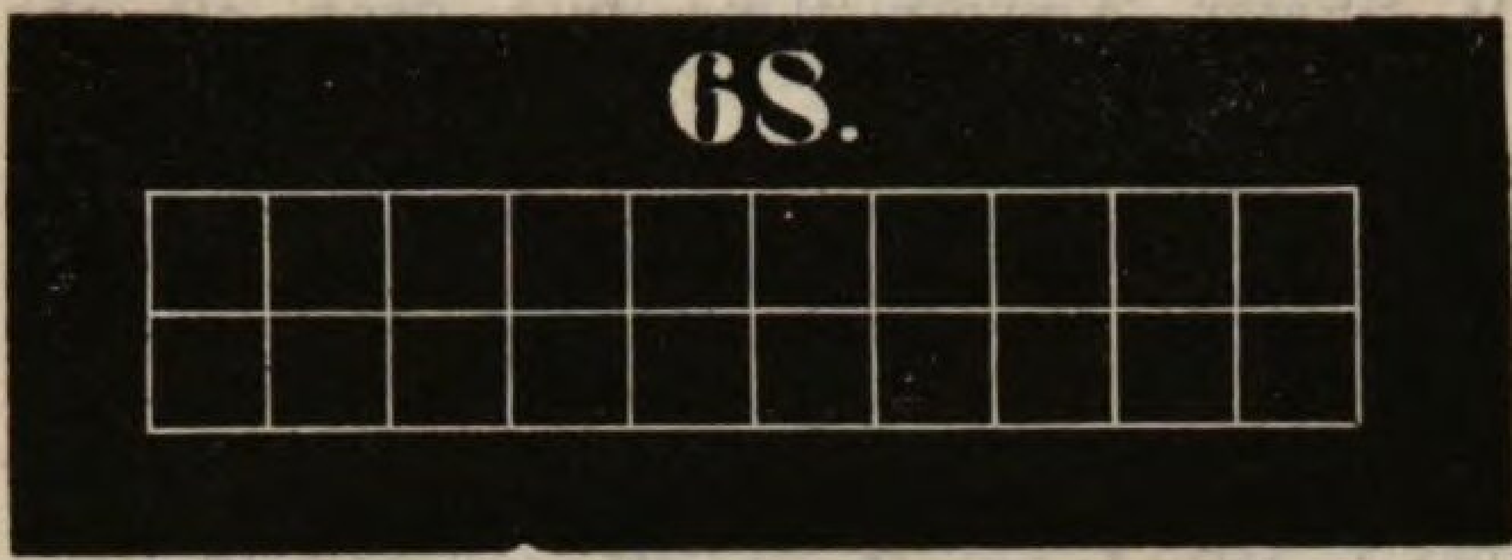
Eine Fläche kann nur durch eine Fläche gemessen werden.*) Das hierbei zu Grunde liegende Maß ist das Quadratmeter, d. h. ein Quadrat, das ein Meter lang und eben so breit ist.

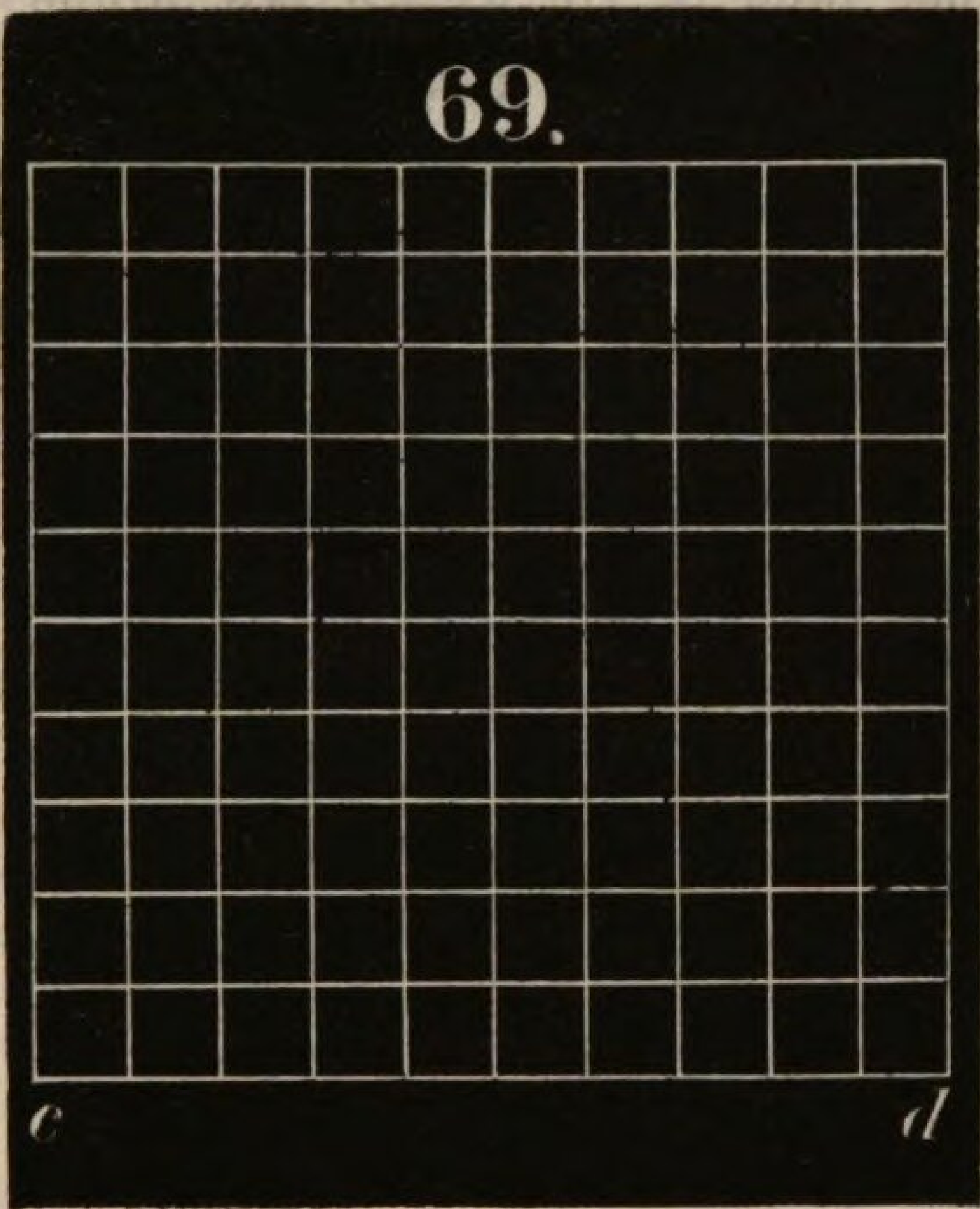



Es seien nun c d. Fig. 67 eine Gerade, etwa ein Meter. Man theile sie in 10 gleiche Theile;

*) Wir messen zwar auch hier nur Linien mit Linien, finden aber, wie der Verlauf lehren wird, den Flächeninhalt durch Rechnung. Die Messung mit den Flächen selbst ist auch oft ganz unausführbar. (Wald, Fruchtfeld.)

darum ist jeder Theil ein Dezimeter. Stelle ich auf jeden solcher Theile ein Quadrat, so ist dies Quadrat ein Quadratdezimeter. Das Ganze giebt mithin eine Fläche, die 10 solcher Quadratdezimeter enthält.


68.



69.

Setzte ich indessen auf jeden Theil der Geraden 2 solcher Quadrate, Fig. 68, so enthielte das ganze offenbar 2 × 10 solcher Quadratdzm., und setzte ich endlich Fig. 69 10 solcher Quadrate, auf jeden Theil der Geraden, so erhielte ich 10 × 10 = 100 solcher Quadratdezimeter. Zugleich entstünde aber eine Fläche, die 10 Dzm. oder 1 Meter lang und ebenso 10 Dzm. oder 1 M. breit wäre. Eine solche Fläche ist ein Quadrat und heißt Quadratmeter. Es enthält darum das Quadratmeter 100 Quadratdezimeter und aus denselben Gründen hat das Quadratdezimeter 100 □Zentimeter, das Quadratzentimeter 100 □Millimeter. Hundert Quadratmeter nennt man ein A r oder ein Quadrathektometer; hundert A r e sind ein Hektar.

Weil ein Meter = 10 Dezimeter = 100 Zentimeter = 1000 Millimeter, so ist, wie gesagt, 1 Quadratmeter = 100 □Dezimeter = 10000 □Zentimeter = 1000000 □Millimeter.

1 □Dezimeter = 100 □Zentimeter.
1 □Zentimeter = 100 □Millimeter.

## Vom Schreiben und Lesen des Quadratmetermaßes.

Beim Schreiben der Quadratmetermaße setzt man die Quadratmeter, die ja die Einheit aller Flächenmaße bilden, als Ganze hin und die Quadrat-Dezi- und Zentimeter als Dezimalbrüche.

Wie schon angegeben ist, hat ein □Meter = 100 □Dezim.; darum ist auch:

1 □Dezim. = $^1/_{100}$ oder 0,01 □Meter;
10 □Dezim. = $^{10}/_{100}$ oder 0,10 □Meter;
99 □Dezim. = $^{99}/_{100}$ oder 0,99 □Meter.

Die Zahl 99 wird aber bei den Quadratdezimetern nicht überschritten; demnach nehmen die Quadratdezimeter die 2 ersten Stellen nach dem Komma ein.

Ebenso füllen die Quadratzentimeter die 2 weiteren Stellen nach dem Komma aus, denn:

1 □Meter hat 10,000 □Zentim.; darum ist
1 □Zentim. = $^1/_{10000}$ oder 0,0001 □Meter;
10 □Zentim. = $^{10}/_{10000}$ oder 0,0010 □Meter;
99 □Zentim. = $^{99}/_{10000}$ oder 0,0099 □Meter.

Auch bei den Quadratzentimetern ist 99 die höchste Zahl.

75 □Meter 52 □Dezim. 39 □Zentim. sind also kürzer zu schreiben: 75,5239 □Meter.
14 □Meter 18 □Dezim. 4 □Zentim. = 14,1804 □Meter:
3 □Dezim. 7 □Zentim. = 0,0307 □Meter.

Hat man Quadratmetermaße zu lesen, so vervollständige man zuerst — wo es nöthig ist — den Dezimalbruch durch Anhängung einer Null auf 2, 4 oder, falls Quadratmillimeter vorkommen sollten, auf 6 Stellen, lese dann die Ganzen als Quadratmeter, die 2 ersten Stellen nach dem Komma als Quadratdezimeter, die zwei weiteren Stellen als Quadratzentimeter ꝛc. ꝛc. z. B. 24,7325 □Meter sind zu lesen: 24 □Meter 73 □Dezim. 25 □Zentim.

19,273 □Met. = 19,2730 □Met. = 19 □Met. 27 □Dez. 30 □Zentim.
54,9 □Met. = 54,90 □Met. = 54 □Met. 90 □Dezim.
73,52137 □Met. = 73,521370 □Met. = 73 □Met. 52 □Dezim. 13 □Zentim. 70 □Millim.

## Aufgaben.

Wie werden die Flächenmaße unter a geschrieben, wie die unter b, gelesen?

a) 78 □M. 64 □dm. 28 □zm.; — 84 □M. 59 □dm. 91 □zm.; — 5 □M. 40 □dm. 7 □zm; — 53 □M. 14 □dm. 9 □zm.; — 7 □M. 14 □zm.; — 24 □M. 5 □zm.; — 2 □dm. 5 □zm.; — 7 □zm.

b) 17,5264 □M.; 9,712384 □M.; 16,57238 □M.; 23,975 □M.; 19,4 □M.; 0,00019 □M.; 0,0027 □M.; 5,015 □M.; 21,09 □M.

Was ist aber ein Ar und was ein Hektar im Vergleich zu den früheren Maßen? wird Jeder fragen, der von dem neuen Maße noch so keine bestimmte Vorstellung hat. Hier hilft nur der wiederholte Vergleich. Ein Beispiel!

Der Nassauische Längenfeldschuh ist = 50 Zentim. = 0,5 Met., also ist der Nassauische □Feldschuh = 0,5 × 0,5 = 25 □Meter = 1/4 □Met., und darum sind 4 Nass. Quadratschuh = 1 □Meter. Da aber die Nass. Quadratruthe 100 □Fuß hat, so ist sie = 100 × 1/4 □Met. = 25 □Meter. Es ist also eine alte Nass. Quadratruthe Feld, Wiese oder Wald = 25 □Met.; 4 Quadratruthen sind somit = 100 □Meter oder eine Ar, und da das Hektar = 100 Are ist, so ist es auch = 100 × 4 □° = 400 □°, d. h. 4 ehemal. Nass. Morgen.

Wer also ein Hektar Land kauft, kauft ebensoviel, wie 4 ehemalige Nass. Morgen. Wenn Einer nur ein Ar besitzt, so hat er 4 ehemalige Nass. □Ruthen. Wer nur eine Ruthe besitzt, hat 25 □Meter.

## Zweiter Vergleich.

Im Großherzogthum Hessen-Darmstadt ist der Längenfuß = 25 Zentimeter = 0,25 Meter; 1 □Fuß also = 0,25 × 0,25 = 0,0625 □Meter. Die □Ruthe hat dort 100 □Fuß, also auch 100 × 0,0625 Meter × 6,25 □Meter 6 1/4 = □Meter = 25/4 □Meter. Wer im Großherzogthum Hessen also 1 □° Land hat, hat 25/4 □Meter und wer einen Morgen oder 100 □° Land hat, der hat 100 × 25/4 = 625 □Meter.

Oder auch so:

1 Längenmeter = 4 Längenfuß Drst. Maß also ist 1 × 1 Meter oder 1 □Met. = 4 × 4 □′ = 16 □′, und 100 □Met. oder das Ar = 100 × 16 = 1600 □′ = 16 □°. Wer also im Großh. Hessen ein Ar Wiese besitzt, hat eben so viel, wie wenn er 16 Ruthen hätte und wer ein Hektar hat, hat 1600 □° oder 16 ehemalige Hessische Morgen.

Ein Quadratmeter = 16 Hessische Quadratfuß; ein Ar oder 100 Quadratmeter = 1600 □′ oder 16 □°, ein Hektar oder 10,000 □Met.; 100 Ar sind darum, wie bemerkt, 1600 □° = 16 Morgen.

### Dritter Vergleich.

Ein Badischer Längenfuß = 3 Dezimeter = 0,3 Meter; 1 □′ also 0,3 × 0,3 = 0,09 □Meter; eine Quadratruthe mithin = 0,09 × 100 = 9 □Meter und endlich 100 □° oder ein Bad. Morgen = 900 □Meter.

Umgekehrt:

1 Längenmeter = $3^1/_3$ bad. Fuß = $\frac{10}{3}$′; 1 □Meter = $\frac{10}{3} \times \frac{10}{3}$ = $\frac{100}{9}$ □′ und 100 □Meter oder das Ar = $\frac{10000}{9}$ = $1111^1/_9$ □′ = $11^1/_9$ □° und ein Hektar oder 100 Are = $1111^1/_9$ □Ruthen = $11^1/_9$ bad. Morgen.

Da nun die □Fuße in den verschiedenen deutschen Ländern nicht einander gleich sind, so ist auch ihr Verhältniß zum □Meter ein ganz verschiedenes. Ueber dieses Verhältniß des □Fußes zum □Meter, und umgekehrt des Quadratmeters zum Quadratfuß, geben uns Tabelle 3 und 4 Aufschluß, mit deren Hilfe die folgenden Aufgaben leicht zu berechnen sind.

### 1. Verwandeln des □′ in □Meter.

Allgemein: Um zu finden, wie sich die Quadratmaße eines Landes zu den □Metern verhalten, multiplizire man die gegenseitigen Längenmaße jedes mit sich selbst. Verhält sich z. B. der Preußische Längenfuß zum Meter, wie 1 : 0,314, so verhält sich der Preußische Quadratfuß zum Quadratmeter, wie 1′ × 1′ oder 1 □′ zu 0,314 × 0,314 = 1 zu 0,098596 □Meter. — Es ist also 1 □′ = 0,098596 □Met. In dieser Weise ist es leicht, das Verhältniß der Flächenmaße der verschiedenen Länder in das Quadratmetermaß und umgekehrt zu verwandeln; man muß sich zu dem Ende nur immer, wie schon wiederholt bemerkt, das Verhältniß des Längenfußes zum Meter und umgekehrt vergegenwärtigen und wissen, wie viel Fuß eine Ruthe, wie viel Zoll ein Fuß ꝛc. und wie viel Quadrat-Ruthen ein Morgen, Tagewerk ꝛc. ꝛc. hat.

### Uebungsaufgaben.

1) Ein Bauplatz nebst Garten, 36□° 15□′ haltend, wird pr. Quadratmeter à 13 fl. 45 kr. verkauft. Wie theuer kommt dieser Bauplatz?

2) Ein Mann, dessen Acker 208,5 □⁰ enthält, möchte gerne wissen, wie viel □Meter das sind.

3) Wie viel □Meter enthalten die Besitzungen eines Bauern, bestehend in 9 Morgen 5 □⁰ Wiesen, 36 Mrg. 17 □⁰ Ackerland und 1/2 Morgen Wald.

4) In einer Gemeinde sind folgende, im Flurbuch verzeichnete Grundstücke ihrer Größe nach in Metermaß anzugeben: 117 □⁰ 15 □'; 312,5 □⁰; 52 □⁰ 17 □'; 114 □⁰ 17 □'; 435 □⁰ 54 □'; 217 □⁰ 96 □'; 637 □⁰ 113 □'; 446 □⁰ 26 □'.

### 2) Verwandeln des □Metermaßes in das seither gebräuchliche Quadratmaß.

1) Wieviel □' sind: 17,3 □M; 15 □M. 40,5 □dzm.; 75 □M.?
48,5 □M.; 367,8 □M.; 175 □dzm.
67,3 □M.; 40,5 □dzm.; 17 □M.
1,5 Hektar; 16,75 Ar; 14,3 Ar; 3,7 Ar?

2) Bei einer Separation werden einem Bauern 6¾ H. Ackerland und 3 H. 75 A. Wiese zugetheilt; wieviel □⁰ sind das?

3) Ein Weißbinder soll ein Haus, dessen Wände 255,7 □M. enthalten, anstreichen und berechnet den □' mit 3¾ Krz.; oder auch 2 Sgr. 5 Pf.; wieviel □' Oberfläche hat das Haus und wie theuer ist der Anstrich?

4) 43,48 □M. Hofraum sind zu pflastern. Für die □⁰ werden 8 fl. oder auch 4 Thlr. 17 Sgr. 4 Pf. bezahlt. Was kostet die Pflasterung?

## A. Vom Ausmessen der rechtwinkeligen Parallelogramme (oder auch ⧣gr.)

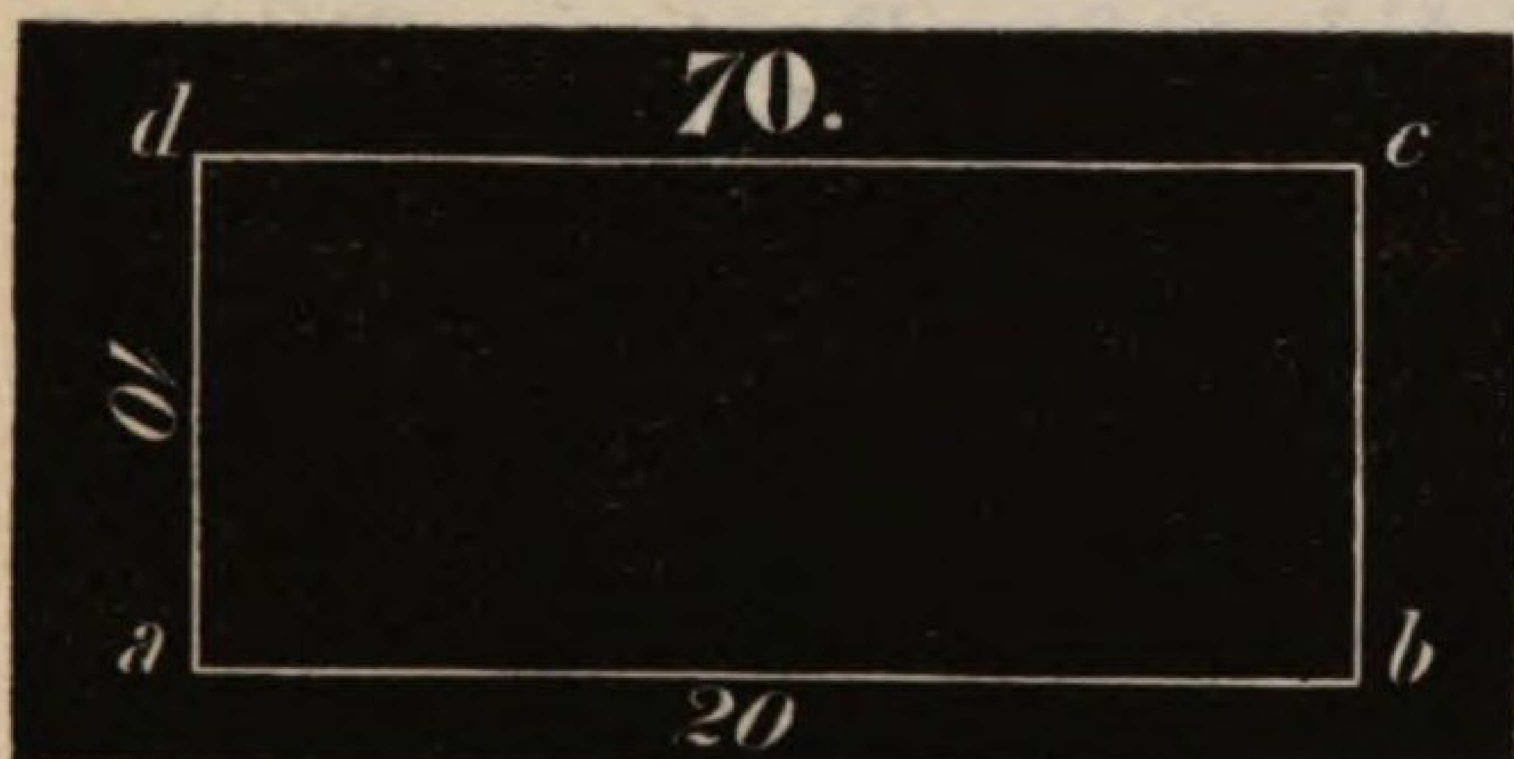
Wir sahen oben Fig. 67: Wenn man eine Gerade, welche einen Meter lang ist, in 10 gleiche Theile theilt, so ist jeder solcher Theile 1 Dezim.; wenn man auf jeden dieser Theile 10 kleine Quadrate stellt, so entsteht eine Fläche, die eben so lang, als breit ist und 100 kleine Quadrate enthält. Jedes der kleinen Quadrate ist ein Quadratdezim. und die ganze Fläche ein Quadratmeter, das □Meter also 100 □Dezim. Je mehr der kleinen Quadrate wir auf einen Theil der Geraden stellten, desto größer wurde die Anzahl dieser kleinen Quadrate selbst, desto größer also auch die Fläche. Mit der Anzahl der kleinen Quadrate wächst die

Breite der Fläche. Man sieht hieraus, daß die Größe der Fläche von ihrer Breite abhängt.

Wenn man aber die Gerade c d nicht 16, sondern nur 3, 4, 6 Dezim. lang gemacht und dann auf jeden solcher Theile 10 kleine Quadrate gesetzt hätte; so hätte die dadurch entstehende Fläche offenbar auch nur 3 × 10; 4 × 10; 6 × 10 Quadratdezim. enthalten.

Hieraus sieht man, daß also die Größe einer Fläche sowohl von ihrer Breite, als von ihrer Länge abhängt. Macht man darum die Gerade a b = 6 Dezim. und stellt auf jeden solcher Theile 7 kleine Quadrate; so enthält die entstehende Fläche 7 solcher Quadratschichten, wobei in jeder 6 kleine Quadrate enthalten sind. Hätte man die Gerade a b 4 Dezim.; 8 Dezim.; 7 Dezim.; 9 Dezim. lang gemacht, und auf jeden Theil im ersten Falle 3, im zweiten 6, im dritten 7 und im vierten 5 kleine Quadrate gestellt; so hätte die entstehende Flache 4 × 3; 8 = 6; 7 × 7; 9 × 5 kleine Quadrate enthalten. Darum findet man, wie viel solcher kleinen Quadrate eine Fläche enthält, wenn man die Zahl, die ihre Länge angibt, mit der vervielfacht, die ihre Breite bezeichnet,*) und man sagt deßhalb auch:

„Der Inhalt einer solchen rechteckförmigen Fläche ist ein Produkt aus ihrer Länge und Breite."




Länge eines Rechtecks nennt man irgend eine Seite; dann ist die anstoßende Seite die Breite. Man findet also den Inhalt des Rechtecks, wenn man die Länge mit der Breite oder wenn man 2 anstoßende Seiten mit einander multiplizirt. Rechteck a b c d Fig. 70 ist also = a b × a d, oder c d × b c 2c. Es sei a b = 20 dm. a d = 10 dm.; so ist Rechteck a b c d = 20 × 10 = 200 □dm.

Zwei oder mehrere Rechtecke sind also gleich, wenn die Produkte

*) Man könnte auch sagen: Ich vervielfache die Quadratchen einer Reihe mit der Anzahl der Reihen. Es ist dringend anzurathen, die Wahrheit dieses Satzes durch mehrere vor den Augen der Schüler entstehenden Zeichnungen recht zu veranschaulichen.

4*

aus ihren Grundlinien und Höhen (Längen und Breiten) gleich sind; dieß ist aber der Fall:

1) wenn die Grundlinien und Höhen selbst gleich sind;

2) wenn sich die Grundlinien umgekehrt verhalten, wie die Höhen. Es sei z. B. 1) die Grundlinie eines Rechtecks a b c d = 4′, die Höhe = 6′; die Grundlinien eines Rechtecks e f g h ebenfalls = 4′, die Höhe 6′; so sind die Produkte aus Grundlinien und Höhen einander gleich und darum sind sie selbst gleich. Es sei 2) die Grundlinie des einen Rechtecks = 3′, die Höhe = 6′; die Grundlinien des andern dagegen = 6′, die Höhe = 3′; so sind die Produkte aus Grundlinie und Höhe bei beiden auch einander gleich und darum die Rechtecke selbst gleich.

Hieraus fließen die Folgerungen:

1) Rechtecke von ungleichen Grundlinien und ungleichen Höhen verhalten sich wie die Produkte der Grundlinien und Höhen.

2) Gleiche Rechtecke von gleichen Grundlinien haben gleiche Höhen.

3) Gleiche Rechtecke von gleichen Höhen haben gleiche Grundlinien.

4) Rechtecke von gleichen Höhen verhalten sich wie die Grundlinien.

5) Rechtecke von gleichen Grundlinien verhalten sich wie die Höhen.

## Uebungsaufgaben.

1) Es sei in dem Rechteck a b c d Fig. 70 a b = 7° 8′ 9″, c b = 5° 9′ 3″; wie groß ist es und sein Umfang in Metern?*)

2) Wie groß ist ein Zimmerboden von Rechtecksform, der 12′ 8″ lang und 9′ 7″ breit ist? und wie groß ist der Umfang in Metern?

3) Wie groß sind die Flächen der noch übrigen 5 Wände des Zimmers, wenn dasselbe 14′ 3″ hoch ist, in Quadratmetern?

4) Ein Tanzsaal soll 8400□′ Raum haben: er kann nur 84′ breit werden; wieviel Meter muß er also lang sein?

---

*) Diese Aufgaben sind als Wiederholungen aus der Längenmessung anzusehen! Man ziehe die Tabellen 1, 2, 3 und 4 zu Rathe!

5) Ein Dach, bestehend aus 2 Rechtecken, soll mit Schiefer gedeckt werden. Jedes Rechteck ist 75′ 8″ lang und 19′ 7″ breit (hoch); jeder Quadratfuß kostet $10^1/_2$ kr. oder 4 Sgr. 5 Pf. zu decken; was kostet das Ganze? und was würde es kosten, wenn 1 □M. $45^1/_2$ kr. oder auch 12 Sgr. 7 Pf. kostete?

6) Ein Feld enthält 700□° 54□′ 36□″, seine Breite beträgt 73° 8′ 7″, wie lang ist der Acker in Metern?

7) Wie groß ist ein Acker in Rechtecksform, der 5° 6′ lang und 3° 9′ breit ist in □M.?

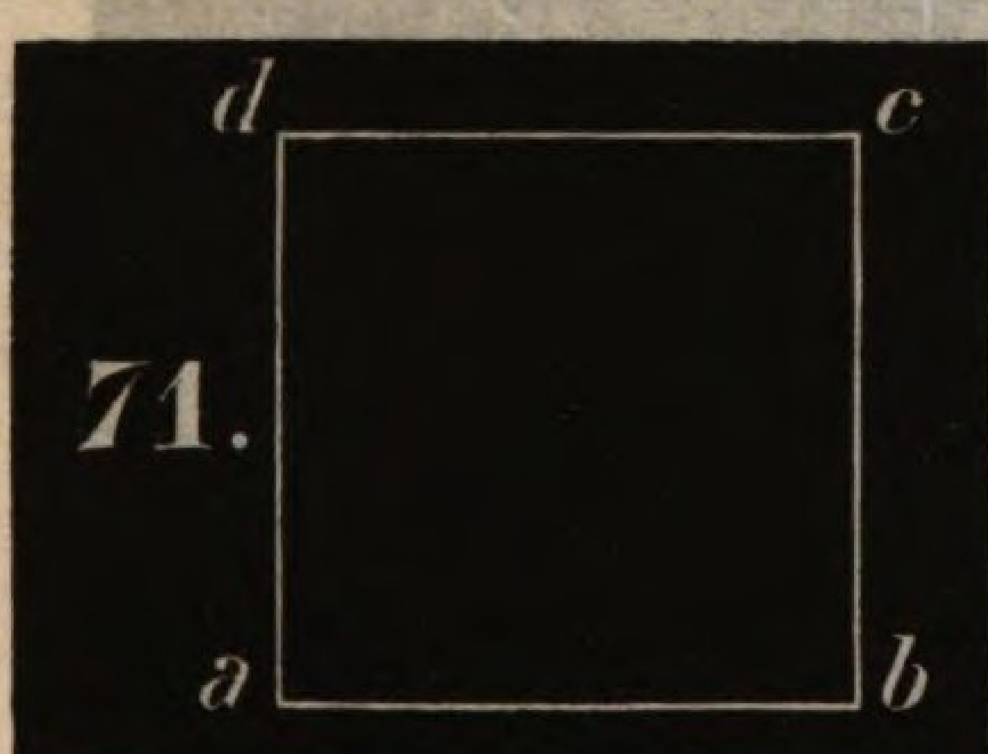
8) Ein rechteckförmiger Garten soll mit Bäumen bepflanzt werden. Wie vieler Stämmchen wird man bedürfen, da derselbe 4° 5′ lang und 2° 9′ breit ist, auf immer 6□M. aber ein Stämmchen zu stehen kommt?

9) Jemand hat einen Acker von 980□° 50□′ 60□″ Inhalt und 55° 6′ Breite. Er will denselben in ein Baumstück umwandeln; wie viel Stämmchen muß er haben, wenn der Länge nach alle 2,5M. ein Bäumchen zu stehen kommt; was wird das Ganze kosten, wenn jedes Stämmchen durchschnittlich 36 Krz. 2 Hell. oder auch von einer anderen Sorte 11 Sgr. 9 Pf. kostet?

## B. Das Quadrat.

Wie wir früher sahen, ist das Quadrat ein gleichseitiges Rechteck. Da bei ihm nun die Grundlinie gleich der Höhe ist; so findet man den Inhalt eines Quadrats, wenn man die Grundlinie oder die Höhe (oder auch eine Seite) mit sich selbst multiplizirt. *)

Hieraus folgt:




Quadrate sind schon gleich, wenn sie gleiche Grundlinien oder gleiche Höhen haben. Quadrat a b c d Fig. 71 ist also = $ab \times ab = ab^2$ oder $ad \times ad = ad^2$ oder $bc \times bc = bc^2$ = oder $bd \times bd = bd^2 = s^2$, wenn s irgend eine Seite bezeichnet.

*) Wenn man darum irgend eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, so sagt man, das Erhaltene sei das Quadrat dieser Zahl, und die Zahl selbst sei die Quadratwurzel des erhaltenen Produkts, so daß also $3 \times 3 = 9$ das Quadrat von 3, und 3 die □wurzel von 9 ist.

### Uebungsaufgaben.

Es sei a b Fig. 71 = 5,43 M.; wie groß ist das Quadrat?

1) Was kostet ein □förmiger Spielplatz, wenn 1 Seite desselben = $54^0$ 9′ lang ist und das □M. mit 46 kr. oder auch mit 14 Sgr. bezahlt wird?

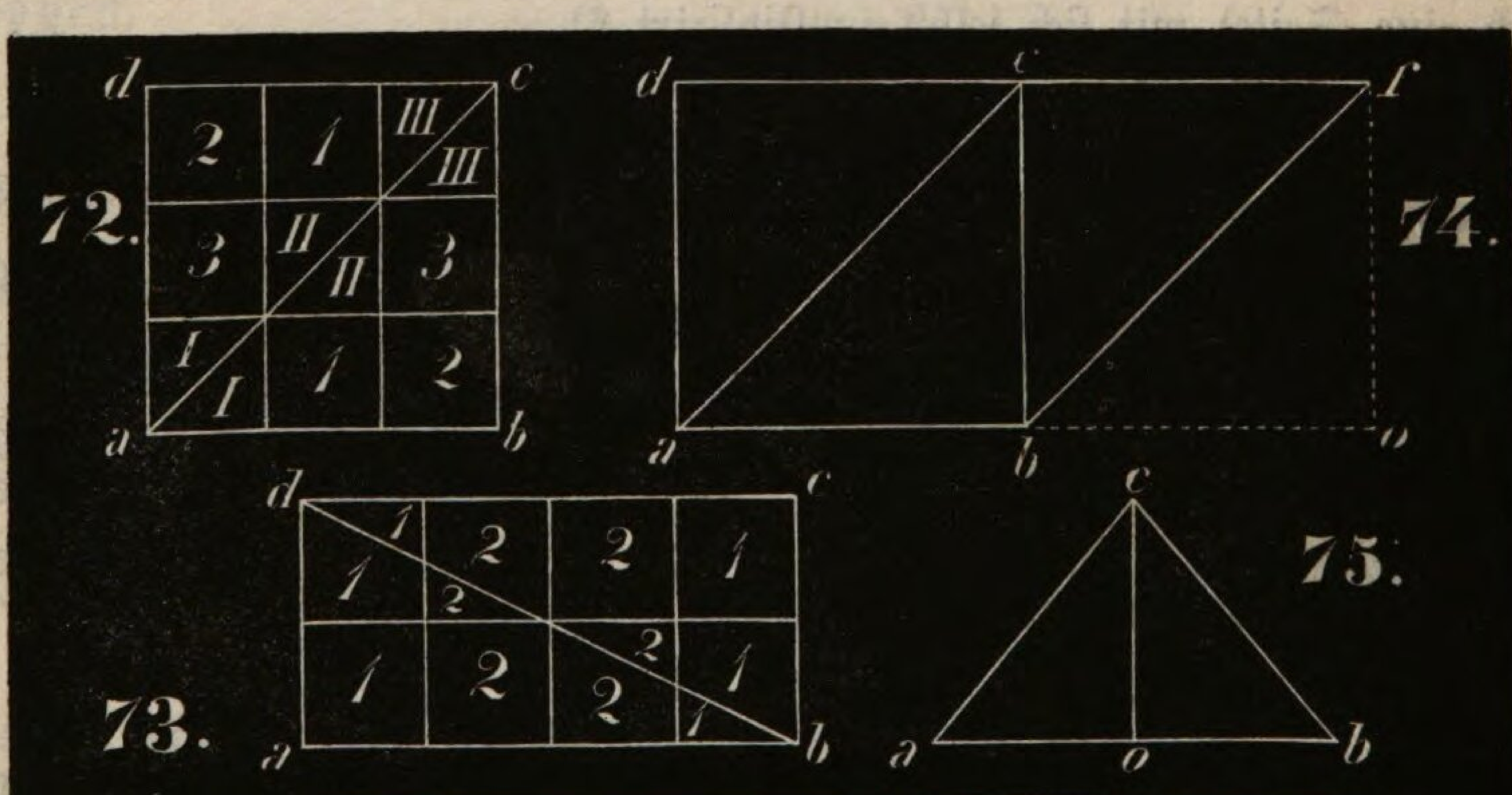
2) Ein □förmiger Spieltisch soll mit grünem Tuch überzogen werden. Was kostet der Ueberzug, wenn eine Seite des Tisches 3,68 M. lang ist, wenn man für den □M. 5 fl. 48 kr. oder auch 1 Thlr. 3 Sgr. bezahlt, und wenn der Arbeitslohn zu 1 fl. 45 kr. = 1 Thlr. gerechnet wird?

3) Wie theuer kommt das Pflaster eines Hofes von Quadratform, dessen Seite 40,6 M. beträgt, wenn das □M. mit 40 kr. oder auch 11 Sgr. gerechnet wird?

4) Wie viel würde es kosten, wenn das Quadratmeter mit 15 Sgr. 6 Pf. oder auch 54 kr. bezahlt wird?

5) Eine Hausflur, welche die Form eines Quadrats hat, ist 25,7 M. lang. Wenn nun die Flur mit viereckigen Platten belegt wird, wovon jede 1□′ enthält, wie viele solcher Platten sind erforderlich? Wie hoch werden sich die Kosten belaufen, wenn der □′ 48 kr. gerechnet wird? und was würde es kosten, wenn 1 □M. = 2 fl. 36 kr. oder auch 1 Thlr. 7 Sgr. 9 Pf. kostete?

## C. Das Dreieck.




An Fig. 72 sieht man deutlich, daß △ a b c = a c d = ½ a b c d ist; ebenso ist es mit △ a b c und △ b c f in Bezug auf

‡‡lgr. a b f c Fig 74. In Fig. 73 ist auch △ abd = b c d = $\frac{1}{2}$ a b c d und ebenso in Fig 72; denn in Fig. 72 besteht △ a b c aus 3 gleichen Quadraten und auch aus 3 gleichen Dreiecken; gerade so besteht △ a c d aus 3 unter sich und mit den ebengenannten gleichen Quadraten und aus 3 Dreiecken. Aehnliches zeigt sich bei Fig. 73; denn hier besteht jedes △ aus 2 gl. Quadraten, 2 gl. ‡‡trapezen und aus 2 gl. Dreiecken.

Bei näherer Betrachtung findet man, daß die Dreiecke a b d und b c d mit den entsprechenden Rechtecken gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben. Da nun Jedes die Hälfte des entsprechenden Rechtecks ist, so sagt man auch: ein △ ist die Hälfte eines Rechtecks, mit dem es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat. Hieraus folgt für die Berechnung des Dreiecks folgende Regel:

Man multiplizirt die Grundlinie des Dreiecks mit der Höhe*) und theilt das Produkt durch 2, oder multiplizirt die halbe Grundlinie mit der ganzen Höhe, oder die halbe Höhe mit der ganzen Grundlinie.**)

Man hat also bei △ a b c Fig. 72 so zu verfahren: a b × b c : 2; oder b c × $\frac{1}{2}$ a b; oder a b × $\frac{1}{2}$ b c, d. h. in Worten?

Es sei in Fig. 73 a b = 6′, a d = 4′; was wird dann in allen Fällen der Inhalt in □M. sein?

Werden die so entstandenen Produkte bei 2 oder mehreren Dreiecken gleich, so sind die Dreiecke selbst gleich; diese Produkte werden aber auch dann gleich, wenn sich die Höhen zweier oder mehrerer Dreiecke umgekehrt verhalten, wie die Grundlinien, d. h. wenn etwa eines die doppelte Höhe des andern hat, so darf es, um ihm gleich zu sein, nur die halbe Grundlinie haben.

Wann wären hiernach Dreiecke gleich?

Wenn die Produkte aus Grundlinie und Höhe gleich sind. Dieß ist aber der Fall:

---

*) Höhe nennt man beim △ die Senkrechte von irgend einem Winkel auf die gegenüberstehende Seite oder deren Verlängerung.

**) Beim rechtw. △ multiplizire man die beiden Katheten und theile das Produkt durch 2. Warum?

1) wenn Grundlinien und Höhen selbst gleich sind und
2) wenn sich die Grundlinien umgekehrt verhalten, wie die Höhen.

Es sei die Grundlinie eines Dreiecks a b c = 4M., die Höhe 3M., die Grundlinie eines Dreiecks d e f ebenfalls 4M., die Höhe 3M., so ist beider Inhalt gleich und die Dreiecke sind selbst gleich, oder:

Es sei die Grundlinie eines Dreiecks o p q = 4M., die Höhe = 9M.; die Grundlinie eines Dreiecks x y z = 9M., die Höhe 4M.; so ist beider Inhalt gleich und die Dreiecke sind selbst gleich.

Da das △ die Hälfte ist von einem Rechtecke, mit dem es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat; so finden hier dieselben Folgerungen statt, wie beim Rechtecke; denn was in diesem Betreff vom Ganzen gilt, gilt auch von der Hälfte.

Wie werden die Folgerungen hier lauten?
Wie verhält sich ein △ zu einem Rechteck?

1) Ein △ ist gleich einem Rechtecke:
   a. wenn es die doppelte Grundlinie und dieselbe Höhe, oder
   b. wenn es dieselbe Grundlinie und die doppelte Höhe des ‡‡lgrs. hat.
2) Ein Rechteck ist gleich einem △:
   a. wenn ꝛc.
   b. „ „

## Uebungsaufgaben.

1) Dreieck a b c Fig. 75 habe eine Grundlinie = 6′ 5″, eine Höhe = 4′ 8″; wie groß ist es in □Metern?

2) Wie groß in □Metern ist ein Acker, eine Wiese, eine Waldfläche von Dreiecksform, deren Grundlinie = 75⁰ 4′ 9″ und deren Höhe = 40⁰ 8′ 7″ ist?

3) Was kostet ein Acker von Dreiecksform, wenn er 19⁰ lang, 7⁰ 7′ breit ist, und wenn das Quadratmeter 29 kr. oder auch $9^1/_2$ Sgr. kostet?

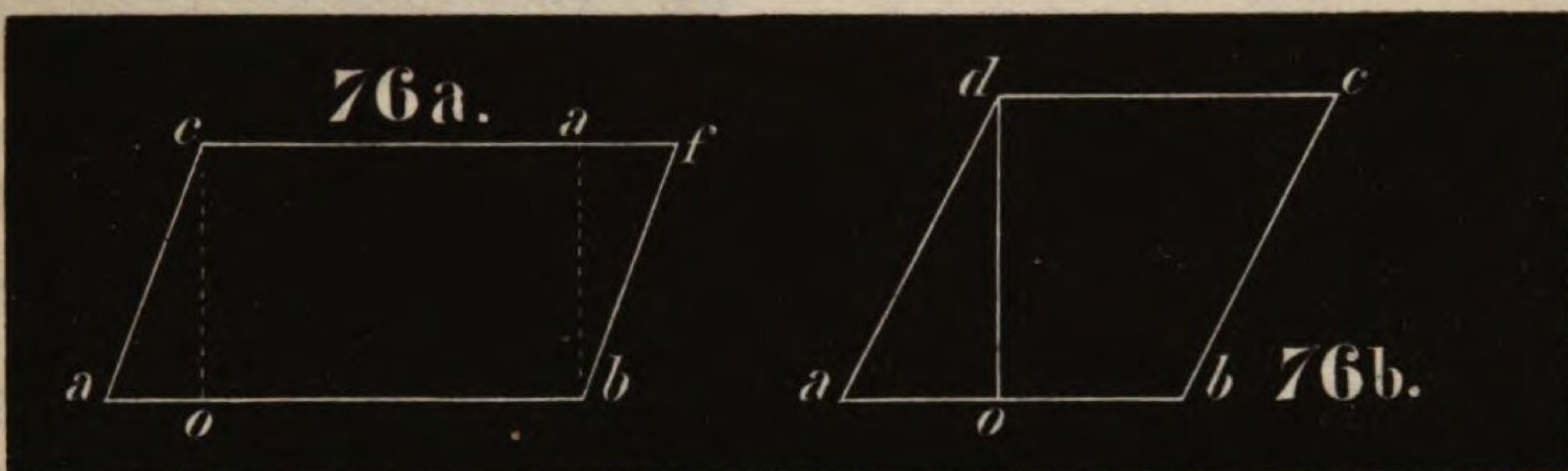
4) Die 2 Giebelwände eines Hauses sollen mit Schiefer gefüttert werden. Wenn nun das Haus 19′ 8″ tief, bis zum Dach 32′ 7″, und von hier bis zur First 16′ 8″ hoch ist, ein □Meter aber $18^1/_2$ kr. oder auch 6 Sgr. 3 Pf. zu füttern kostet; wie theuer kommt alsdann das Ganze?

5) Ein △förmiger Acker hält 504□⁰ 60□′, seine eine Furche ist

809□′, wie groß ist deren Abstand von der gegenüberliegenden Spitze in Metern?

6) Ein anderer ebenso geformter Acker hält 120□° 59□′, der senkrechte Abstand einer Furche von der gegenüberliegenden Spitze ist gleich 13° 8′; wie groß ist diese Furche in Metern?

## D. Das schiefwinklige ∥gr., die längliche Raute (das Rhomboid).




Bei einem solchen Schiefeck nennt man eine Senkrechte zwischen 2 Parallelen Höhe. Wenn diese so groß ist, wie die Breite eines Rechtecks, und wenn das Schiefeck mit dem Rechteck auch gleiche Grundlinien hat, so sind sie gleich groß. Man sieht das auch an Fig. 74; denn Rechteck a b c d besteht aus den 2 Dreiecken a b c und a c d, die, wie wir gesehen haben, einander gleich sind; weil sie gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben. Das ∥lgr. a b f c besteht aus demselben △ a b c und aus dem △ b c f. Dieses ist aber gleich △ a b c und darum auch gleich △ a c d.

Daher findet man auch den Inhalt eines Schiefecks (schiefw. ∥lgr.) wenn man seine Länge und Breite (Grundlinie und Höhe) miteinander multiplizirt. Die längliche Raute a b f c Fig. 74 ist also gleich a b × a d oder a b × b c oder a b × f o und so fort. Es sei a b = 10′; b c = 5, so ist ∥lgr. a b c d = 10 × 5 = 50□′, wieviel in □M.?

Da also das schiefwinklige ∥lgr. gleich einem Rechteck ist, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat, so gelten hier dieselben Folgerungen, wie beim Rechteck und Dreieck.

### Uebungsaufgaben.

Wie groß ist eine längliche Raute a b f c Fig. 76a in □M, wenn a b = 15,1011 M., c o = b q = 7,89 M. ist?

2) Was kostet ein Acker von ǂǂlgrform, der 74⁰ 7′ lang, 24⁰ 8′ 4″ breit ist, wenn das □M. mit 30 kr., 40 kr., 45 kr., $^3/_4$, $^1/_5$ pr. Thalern bezahlt wird?

3) Jemand hat einen rautenförmigen Acker von 1000,84 □M. Inhalt und einer Breite von 30,9 M. Er will auf denselben 10 Reihen Bäume pflanzen, jedoch so, daß der Länge nach alle 18 M. ein Baum zu stehen kommt; wie viel Stämme sind hierzu erforderlich und was kostet das Ganze, wenn der Stamm 1 fl. 4 kr. oder 15 Sgr. 3 Pf. kostet?

4) Wenn in Fig. 76 a b = 13,8 M., b f = 9,7 M., c o = 7,9 M. und a o = 3,34 M. ist, wie groß ist a) der Umfang des ǂǂlgrs. in Fußen? b) wie viel Maulbeerstämmchen braucht man zur Umzäunung, wenn alle 0,3 M. ein Stämmchen gesetzt wird und c) was kostet die Hecke, wenn das Stämmchen mit $7^1/_2$ kr. bezahlt wird und wenn 10 fl. 50 kr. für Arbeitslohn gerechnet werden, d) wie groß ist Rechteck o b q c und e) was würde dessen Umzäunung kosten, wenn alle 0,7 M. ein Stämmchen gesetzt, das Stämmchen mit 4 Sgr. berechnet und für Arbeitslohn 9 Thlr. 8 Sgr. 3 Pf. bezahlt werden.

## R. Die Raute oder der Rhombus.

Auch hier wird man, da der Rhombus ein schiefw. ǂǂlgr. ist, um den Flächeninhalt zu finden, die Grundlinie mit ihrem senkrechten Abstande von der Gegenüberstehenden multipliziren müssen. Fig. 76. Es ist auch Rhombus a b c d = a b $\times$ d o.

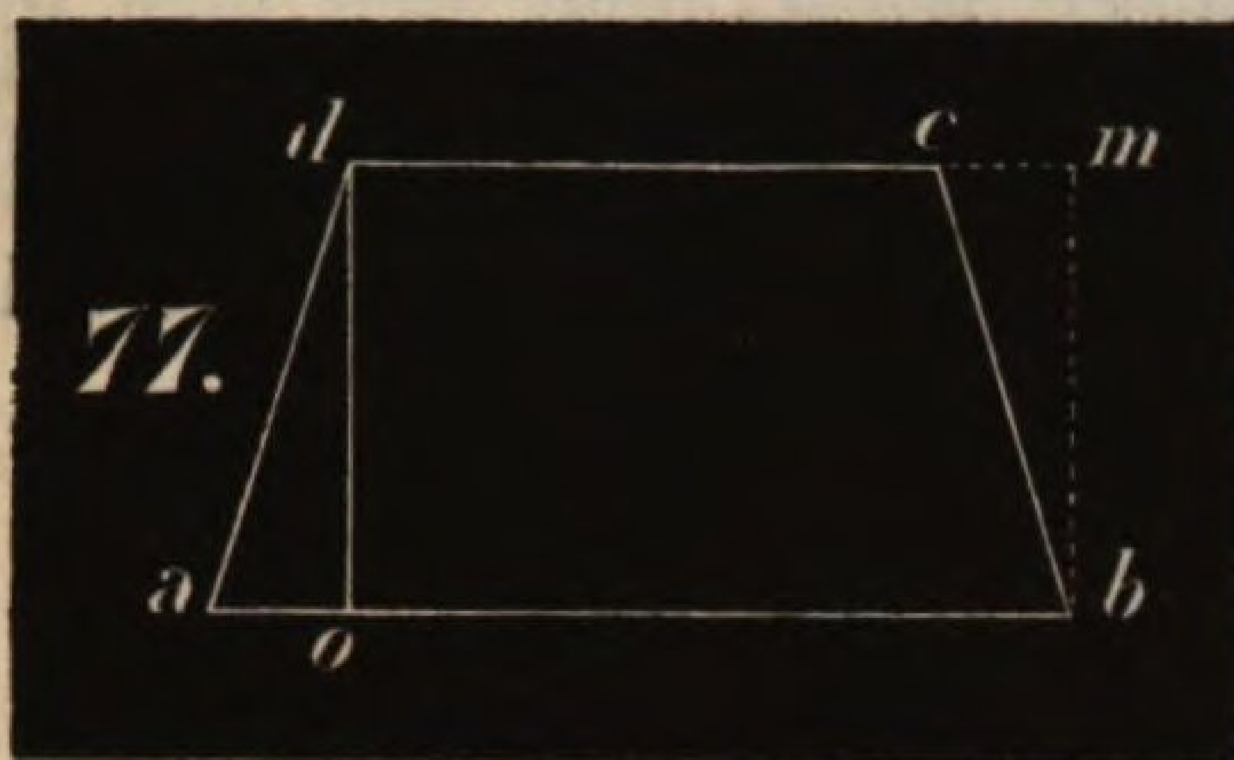
### Uebungsaufgaben.

1) Raute a b c d Fig 76b habe a b = 5⁰ 6′ 4″, d o = 4⁰ 7′ 8″; wie groß ist sie in □M.?

2) Wie groß ist ein Garten in □M. von Rhombenform, der 10⁰ 8′ 3″ lang ist und bei dem die Parallelseiten einen Abstand von 7⁰ 8′ 4″ haben?

3) Was würde ein anderer Garten von derselben Form kosten, der 10⁰ 7′ 10″ lang und dessen Abstand bis zur Gegenüberstehenden = 7⁰ 7′ 8″ wäre und bei dem das Quadratmeter mit 1 fl. 45 kr. oder auch mit 1 Thlr. 7 Gr. 4 Pf. bezahlt würde?

## F. Das Paralleltrapez (Trapez).




Das Paralleltrapez a b c d Fig. 77 würde durch eine Diagonale d b in 2 Dreiecke zerlegt. Berechnet man den Inhalt dieser 2 Dreiecke und addirt man das Erhaltene, so hat man auch den Inhalt des Paralleltrapezes. Wie sich gleich zeigen wird, ist es rathsam, die 2 ∥seiten als die Grundlinien der Dreiecke anzusehen, wie Fig. 77 zeigt. Es ist alsdann ∥trapez a b c d $= \frac{a\,b \times d\,o}{2} + \frac{d\,c \times b\,m}{2}$. Nun ist aber d o = b m; daher kann man auch sagen: ∥trapez a b c d ist $= \frac{a\,b \times d\,o}{2} + \frac{d\,c \times d\,o}{2}$. Hier soll nun sowohl a b als auch c d mit d o multiplizirt werden. Dieß kann man auch so setzen: $\frac{(a\,b + c\,d) \times d\,o}{2}$ d. h. in Worten?

Um den Inhalt eines ∥trapezes zu finden, zerlege man dasselbe in 2 Dreiecke, berechne den Inhalt eines jeden Dreiecks, und addire das Erhaltene, oder man zähle die Größe der beiden parallelen Seiten zusammen, halbire diese Summe und vervielfache das Entstandene mit dem senkrechten Abstand der beiden parallelen Seiten. — Wie kann man dies auch anders ausdrücken?

### Uebungsaufgaben.

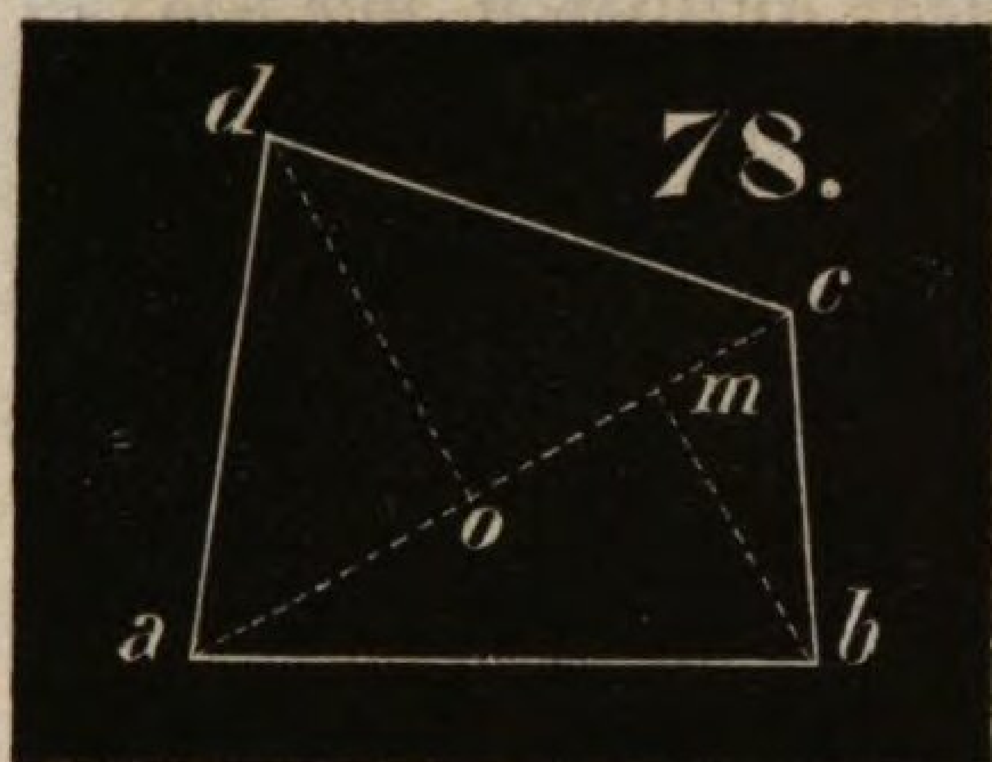
1) Es sei a b in ∥trapez a b c d Fig. 77 = 7, 93 M., d c = 4, 25 M. und d o = b m = 3, 45 M., wie groß ist dasselbe?

2) Ein Dach, bestehend aus 2 Dreiecken und 2 ∥trapezen, soll mit Schiefer gedeckt werden. Die ∥seiten eines ∥trapezes sind 75′ 8″ 4‴ und 21′ 7″ 8‴; ihr senkrechter Abstand ist 19′ 7″ 4‴; die Grundlinie der Dreiecke ist 24′ 8″ 4‴ und ihre Höhe 16′. Wenn nun der Dachdecker Bord, Schiefer ꝛc. selbst stellt, seinen Arbeitslohn mit eingerechnet, und dafür vom Quadratmeter 24 kr. oder auch 8 Sgr. 8 Pf. erhält; so fragt es sich, was ein solches Dach zu machen koste?

3) Ein ‖trapezförmiger Acker enthält wie viel Ruthen, wenn seine ‖seiten 57,83 dm. und 14,711 dm. sind, ihr senkrechter Abstand 24,109 dm. beträgt?

4) Ein Strebepfeiler, dessen Außenwand ‖trapezform hat, soll mit einem rauhen Speiswurf versehen werden Was wird dieß kosten, wenn die ‖seiten 109′ 8″ 9‴ und 116′ 11″ 10‴ beträgt, der □M. aber mit 13 kr. oder auch mit 4 Sgr. bezahlt wird?

## G. Das Trapez (Trapezoid).




Auch das Trapez zerlegt man zum Behufe seiner Berechnung durch eine Diagonale in 2 Dreiecke. Bei Berechnung dieser ist es indessen rathsam, die Diagonale als gemeinschaftliche Grundlinie beider Dreiecke anzusehen. So ist also Trapez a b c d Fig.

$$78 = \frac{a\,c \times d\,o}{2} + \frac{a\,c \times b\,m}{2} = \frac{a\,c\,(d\,o + b\,m)}{2}$$

### Uebungsaufgaben.

1) Es sei a c = 19,96 M., d o = 13,75 M. und b m = 16,48 M.; wie groß ist das Trapez? Wie groß ist es in □′?

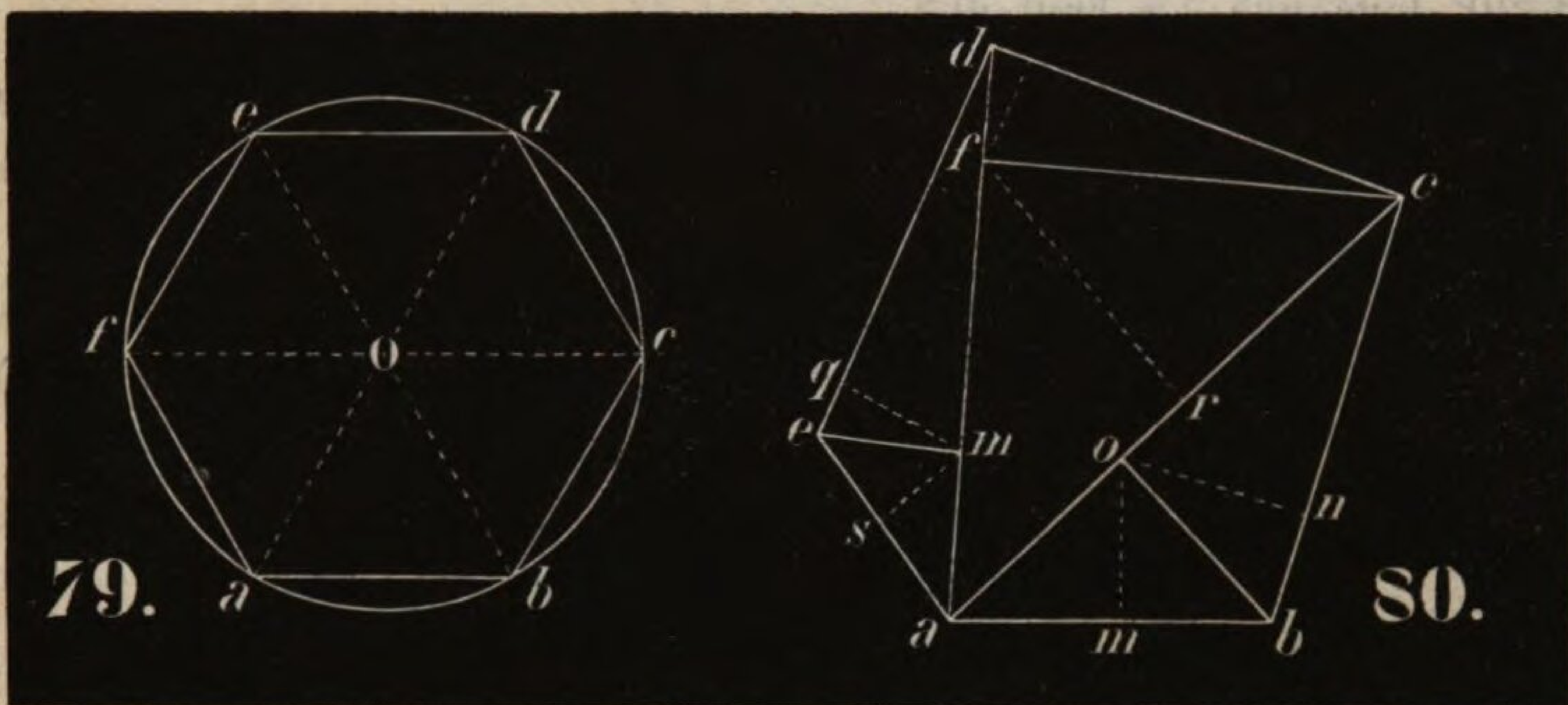
2) Ein Acker von Trapezform hat eine Diagonale von 47⁰ 8′ 10″ und die beiden Höhen betragen 24⁰ 7′ 11″ und 19⁰ 7′ 10″; wie groß ist dieser Acker, und was würde er kosten, wenn man die 4 □M. mit 52 kr oder auch 17 Sgr. 8 Pf. bezahlte?

3) Ein Wald liegt in Form eines unregelmäßigen Vierecks, eine seiner Diagonalen ist 3780⁰ 9′; die Entfernung der Diagonale von einer Ecke ist 75⁰ 1′ und die Entfernung der Diagonale von der andern Ecke ist 100⁰ 9′ 3″, a) wie groß ist der Wald in □M., b) was ist er werth, wenn je 5 □M. 3 Thlr. 10 Sgr. werth sind, c) wie viel Vogelbeerbäume würden zu einer Allee in der Diagonale nöthig sein, wenn alle 3 M. ein Baum zu stehen käme und d) was würde diese Allee kosten, das Stämmchen zu 10¾ kr. oder auch 4 Sgr. und 80 fl. 20 kr. Arbeitslohn gerechnet?

## H. Das Vieleck (Polygon).

Ein Polygon kann regelmäßig oder unregelmäßig sein. Hiernach hat man zwei Wege, seinen Inhalt zu suchen, ohne jedoch bei jeder Art von Vielecken nur die eine Art anwenden zu müssen.

### 1) Das regelmäßige Vieleck.



79. 80.

Wir nehmen als Stellvertreter aller regelmäßigen Vielecke ein regelmäßiges Sechseck a b c d e f Fig. 79, zerlegen es durch Linien aus dem Mittelpunkt nach allen Winkelpunkten der Figur in so viele Dreiecke, als die Figur Seiten oder Winkel hat. Alle diese Dreiecke sind unter einander gleich groß, weil sie gleiche Grundlinien und gleiche Höhe haben; darum brauche ich auch nur eins dieser Dreiecke zu berechnen und das Produkt alsdann sovielmal zu nehmen, als dergleichen Dreiecke entstanden sind. Es sei gegeben Sechseck a b c d e f und Höhe o h, so ist $\triangle\, a\,o\,b = \frac{a\,b \times o\,h}{2}$ und darum die 6 Dreiecke $= 6 \times \left(\frac{a\,b \times o\,h}{2}\right) = \frac{6\,a\,b \times o\,h}{2}$; d. h. in Worten: Man berechnet den Inhalt eines Dreiecks und nimmt das erhaltene Produkt 6 ×. Man kann auch setzen: $6\,a\,b \times \frac{o\,h}{2}$ und $\frac{6\,a\,b}{2} \times o\,h$.*)

Wie findet man den Umfang der regulären Vielecke aus einer Seite?

---

*) Vielleicht erscheint es Manchem zweckmäßiger, hier die Berechnung des Kreises folgen zu lassen. Man kann dieß ohne sonderliche Abänderung.

### Uebungsaufgaben.

1) Wie groß ist ein Sechseck a b c d e f, wenn a b = 96,3 M. un o h = 89,9 M. ist?*)

2) Wie groß ist ein sechseckiger Tanzsaal, dessen eine Seite 10,2 M. und deren Abstand vom Mittelpunkt = 8,5 M. beträgt?

3) Wie viel Bord braucht man, um denselben zu dielen, wenn ein solches 20′ lang und 1,2 breit ist?

4) Was wird das Ganze kosten, wenn ein Bord 28 kr. kostet und 19 fl. 44 kr. Arbeitslohn, 7 fl. 14 kr. für Nägel und Zuthat gerechnet werden?

5) Ein zehneckförmiger Schloßhof ist zu pflastern. Eine Seite ist 49,78, deren Abstand von der Mitte 40,83′. Was wird das Ganze kosten, wenn man 1 □M. zu pflastern mit 3 1/3 fl. bezahlt?

### 2) Das unregelmäßige Vieleck.

Man zertheile ein solches Vieleck durch Diagonalen aus einem Winkel in alle in Dreiecke. Es gibt deren 2 weniger, als die Figur Seiten oder Winkel hat. Hierbei ist es rathsam, eine Diagonale immer als gemeinschaftliche Grundlinie zweier Dreiecke anzusehen; denn je weniger Linien man zu messen hat, desto weniger steht man in Gefahr, Fehler zu begehen.

Es sei gegeben Fünfeck a b c d e Fig. 80. Man ziehe a c und a d und die Höhen b o, c f und e m, so ist Fünfeck a b c d e =

$$\frac{ac \times bo}{2} + \frac{ad \times cf}{2} + \frac{ad \times em}{2} =$$

$$\frac{ac \times bo + ad \times cf + ad \times em}{2} = \frac{ac \times bo + (cf + em)\,ad}{2}.$$

### Uebungsaufgaben.

1) Es sei bei einem Acker Fig. 80 a c = 19,73 M.; a d = 15,63 M. b o = 7,57 M.; c f = 9,54 M. und e m = 6,44 M.; wie groß ist der Acker?

2) Wie viel hätte man zu bezahlen, wenn für das □M. von dreimaligem Pflügen 4 3/4 kr. bezahlt würde?

---

*) Es ist bekannt, daß bei einer bestimmten Größe von a o und a b das h o nicht mehr willkürlich angenommen werden kann, h ist die Mitte von a b.

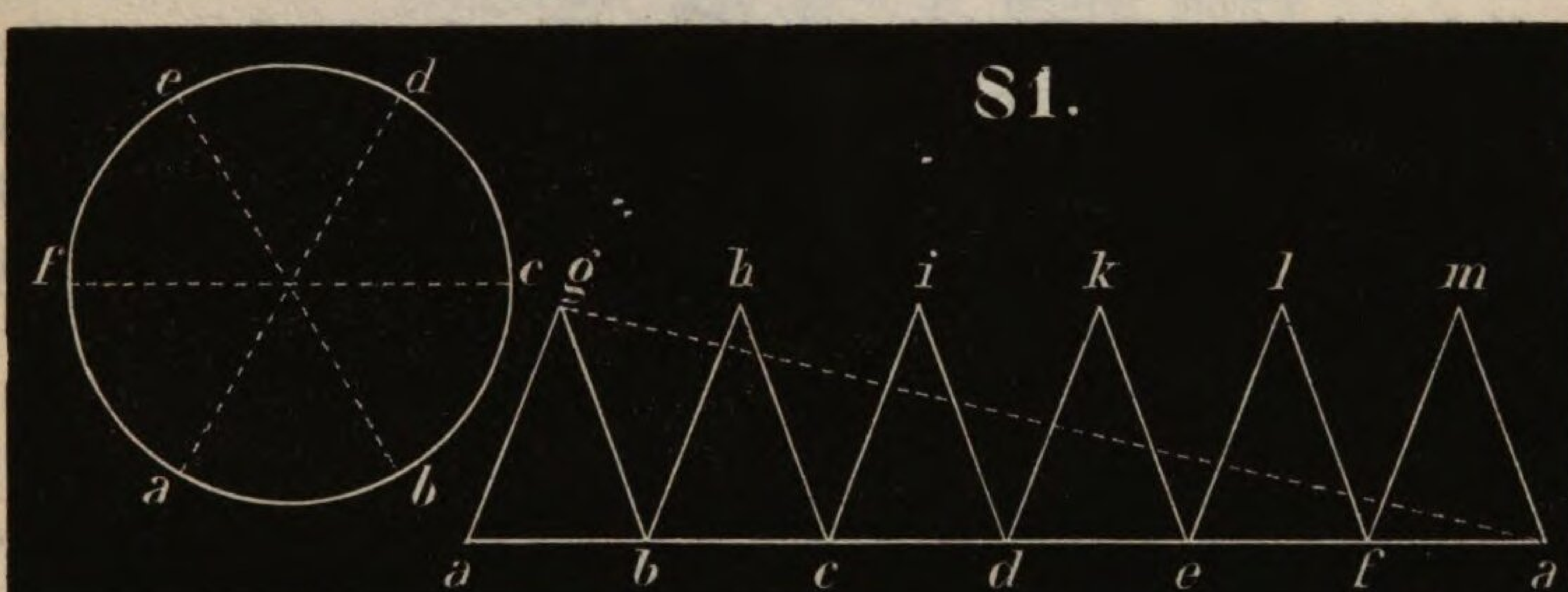
3) Es sei a b c d e Fig. 80 ein unregelmäßig fünfseitig geformter Hof. Was kostet derselbe zu pflastern, wenn die □Werkruthe mit 18 fl. 40 kr. für Material und Arbeitslohn bezahlt wird?

4) Wie groß wäre der Umfang des Fünfecks a b c d e Fig. 80 in Metern, wenn △ a o b = 60□° 42□′ und o m = 7° 8′; △ b o c = 107□° 59□′ und o n = 13° 7′; △ a e m = 154□° 48□′ und s m = 7° 4′; △ d c f = 131□° 14□′ und f p = 11° 4′; △ d m e = 40□° und m q = 2° 8′ 3″ wäre; was würde die Umzäunung eines solchen Platzes kosten, wenn man für 0,8 M. Arbeitslohn und Material mit $5/4$ Sgr. bezahlte? Wie groß wäre △ a c f und Diagonale a c, wenn das ganze Vieleck 1814,5 □M. und f r = 60,3 M. enthielte?

## §. 34.

## I. Der Kreis (das regelmäßigste Vieleck von unendlich vielen Seiten).

### 1) Der ganze Kreis.




Der Kreis kann durch viele Halbmesser in viele Dreiecke zerlegt werden. Alle diese Dreiecke müssen unter einander gleich groß werden, Fig. 81, wenn sie gleiche Grundlinien haben; denn ihre gemeinschaftliche Höhe ist derselbe Kreishalbmesser. Wenn man nun die Grundlinie eines jeden Dreiecks mit der Höhe multiplizirt, das Erhaltene addirt und dann diese Summe durch 2 theilt, so hat man den Inhalt aller Dreiecke, also auch den Inhalt des Kreises. Statt die Grundlinien der einzelnen Dreiecke mit der Höhe derselben (Halbmesser des Kreises) zu multipliziren, kann man auch sämmtliche Grundlinien vorher addiren, diese Summe dann mit der Höhe multipliziren und das entstandene Produkt durch 2 theilen.

Die Summe aller Grundlinien ist aber gleich dem Umfang des Kreises. Man könnte darum auch sagen: „um den Inhalt eines Kreises zu finden, vervielfache man den Umfang desselben mit dem Halbmesser und theile das Produkt durch 2 oder man multiplizire mit dem Durchmesser und theile durch 4.“ Es sind also die so entstehenden Dreiecke so groß wie eines, dessen Grundlinie so groß ist, wie die Grundlinie aller und dessen Höhe gleich ist der Höhe des einzelnen Dreiecks.

Darum sagt man auch oft: der Kreis ist gleich einem $\triangle$, dessen Grundlinie gleich dem Umfang und dessen Höhe gleich dem Halbmesser des Kreises ist. Daher die Art seiner Berechnung.

Wie wir oben, wo von der Ausmessung der krummen Linie als solcher die Rede war, die in einem bestimmten Verhältnisse zu einer geraden steht, sahen, hängt die Größe des Durchmessers eines Kreises von dem Umfang so ab, daß man eines aus dem andern durch Rechnung finden kann. Es ist ebendeßhalb zur Berechnung eines Kreises nur nöthig zu wissen, wie groß der Halbmesser, der Durchmesser oder der Umfang ist. Auf dieß eigenthümliche Verhältniß zwischen Durchmesser und Umfang stützen sich folgende Berechnungsarten des Kreises: Es heiße der Halbmesser r, der Durchmesser d und der Umfang (Peripherie) p. Setzt man den Inhalt des Kreises = q und die Verhältnißzahl zwischen Durchmesser und Umfang = $\pi$; so hat man,

wenn r gegeben ist:

1) $2\,r = d;\ 2\,r\,\pi = p;\ \frac{2\,r\,\pi\,r}{2} = q$. Hebt man hier zwei gegen zwei und multiplizirt man aus; so ist $q = r^2\,\pi$; d. h. in Worten: „der Inhalt eines Kreises ist gleich dem Quadrate des Halbmessers multiplizirt mit der Verhältnißzahl“.

Wenn d gegeben ist:

2) $d\,\pi = p;\ d\,\pi \times \frac{d}{4} = q$, ausmultiplizirt gibt $\frac{d^2\,\pi}{4}$ $= q$; d. h. in Worten: „der Inhalt eines Kreises ist gleich dem Quadrate des Durchmessers, mal der Verhältnißzahl, dividirt durch 4.

Wenn p bekannt ist:

3) $\frac{p}{\pi} = d$; $\left(\frac{p}{\pi} \times p\right) : 4 = q$; dieses kann man auch so setzen: $\frac{p \times p}{4\,\pi} = \frac{p^2}{4\pi}$; das heißt in Worten: „der Inhalt eines Kreises ist gleich dem Quadrate der Peripherie, dividirt durch 4mal die Verhältnißzahl".

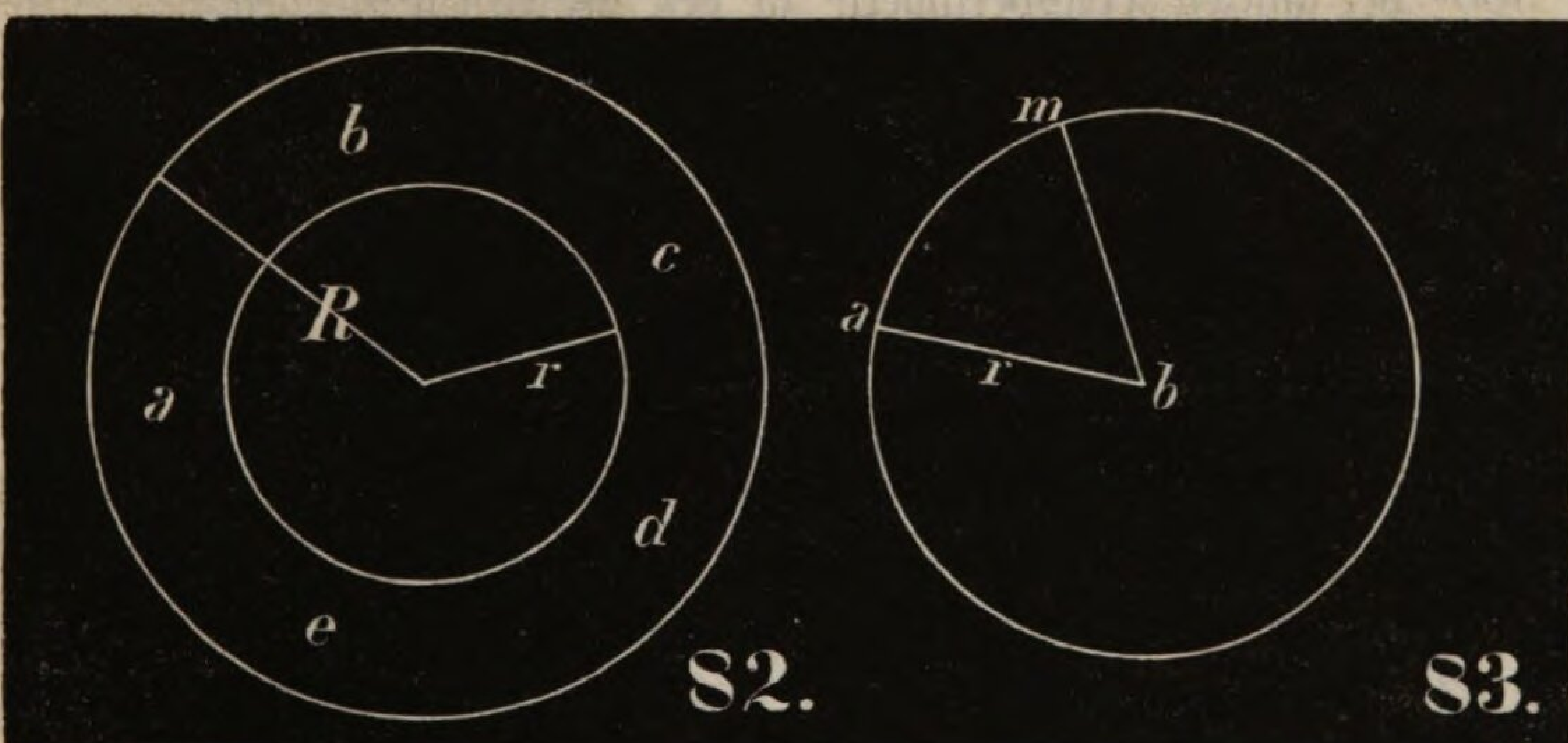
Natürlich wählt man von diesen Berechnungsarten die, die in dem gerade vorliegenden Falle am bequemsten ist.

### Uebungsaufgaben.

1) Man setze oben in 1) r = 12,5 M.; in 2) d = 94,75 M. und in 3) p = 140,8 M. und führe die angedeuteten Rechnungen aus!

2) Der Umfang einer kreisförmigen Rennbahn sei 1) 7849°; der Durchmesser einer zweiten gl. 840° und der Halbmesser einer dritten 54°; wie groß ist bei 1) d, r, q; bei 2) q, r, p; bei 3) d, p, q und was kostet jede, wenn das □M. mit 25 Sgr. oder 48¾ kr. bezahlt wird?

### 2) Der Kreisring.




82. 83.

Was ein Kreisring ist, wurde oben bereits erklärt. Man findet seinen Inhalt, wenn man vom Inhalt des größten Kreises den des kleinen abzieht. So wäre Kreisring a b c d e Fig. 82 nach der oben angeführten Kreisberechnung:

1) $R^2\pi - r^2\pi$; 2) $\frac{D^2\pi}{4} - \frac{d^2\pi}{4}$; 3) $\frac{P^2}{4\pi} - \frac{p^2}{4\pi}$;

$(R^2 - r^2)\pi = (D^2 - d^2)\frac{\pi}{4} = \frac{P^2 - p^2}{\pi 4}$ *) das heißt in Worten?

## Uebungsaufgaben.

1) Es sei R = 5,6 dm., also D = 11,2 dm. und deßhalb P = 11,2 × 3, 14 = 35,168 dm.; es sei r = 4,4 dm. also d = 8,8 dm. und deßhalb p = 8,8 × 3, 14 = 27,852; wie groß ist Ring a b c d e in □M.?

2) Was gilt vorstehende Ringfläche, wenn man das □M. mit 14 Sgr. bezahlt und wie viel Bäumchen gehen darauf, wenn auf $1^5/_7$□° ein Bäumchen zu stehen kommt?

## 3) Der Kreisausschnitt.**)

Ein Kreisausschnitt ist bekanntlich derjenige Theil der Kreisfläche, der von 2 Halbmessern und dem entsprechenden Bogen eingeschlossen wird. Seine Größe hängt 1) von der Größe des Kreises oder, was dasselbe sagt, von der Größe des Halbmessers und 2) von der Größe des zugehörigen Bogens ab. Es braucht daher nur der Halbmesser, und der Bogen in Graden gegeben zu sein; denn der Kreisausschnitt ist offenbar der eben so vielste Theil vom ganzen Kreise, als sein Bogen von der ganzen Kreisperipherie, und ich habe dann den Ansatz: Wie sich die 360° der ganzen Kreisperipherie zu den gegebenen Graden des Bogens verhalten; so verhält sich der Inhalt des Kreises zu dem Kreisausschnitt, der von dem Bogen begrenzt wird. Sehe ich aber den Kreisausschnitt als △ an, dessen Grundlinie gleich dem Bogen und dessen Höhe gleich dem Halbmesser ist, so ist der Kreisausschnitt $= \frac{r}{2} \times$ Bogen oder $\frac{r \times \text{Bg.}}{2}$ oder $\frac{\text{Bg.}}{2} \times r$, d. h. in Worten? Hierbei muß also außer

---

*) Es gewährt oft einige Erleichterung im Rechnen, wenn man obige Ausdrücke so umformt: 1) $(R^2 - r^2)\pi = (R + r)(R - r)\pi$; 2) $(D^2 - d^2)\frac{\pi}{4} = (D + d\ (D - d)\ \frac{\pi}{4}$ und endlich $\frac{(P^2 - p^2)}{4\pi} = \frac{(P + p)\ P - p)}{4\pi}$; wie heißen diese 3 Ausdrücke in Worten?

**) Hierhin gehört auch die Berechnung eines bestimmten Kreisausschnittes z. B. des Sextanten, Quadranten rc.

dem Halbmesser auch der Bogen in Fußen 2c. gegeben sein, oder aus den ihm zugehörigen Graden erst gesucht werden.*)

### Uebungsaufgaben.

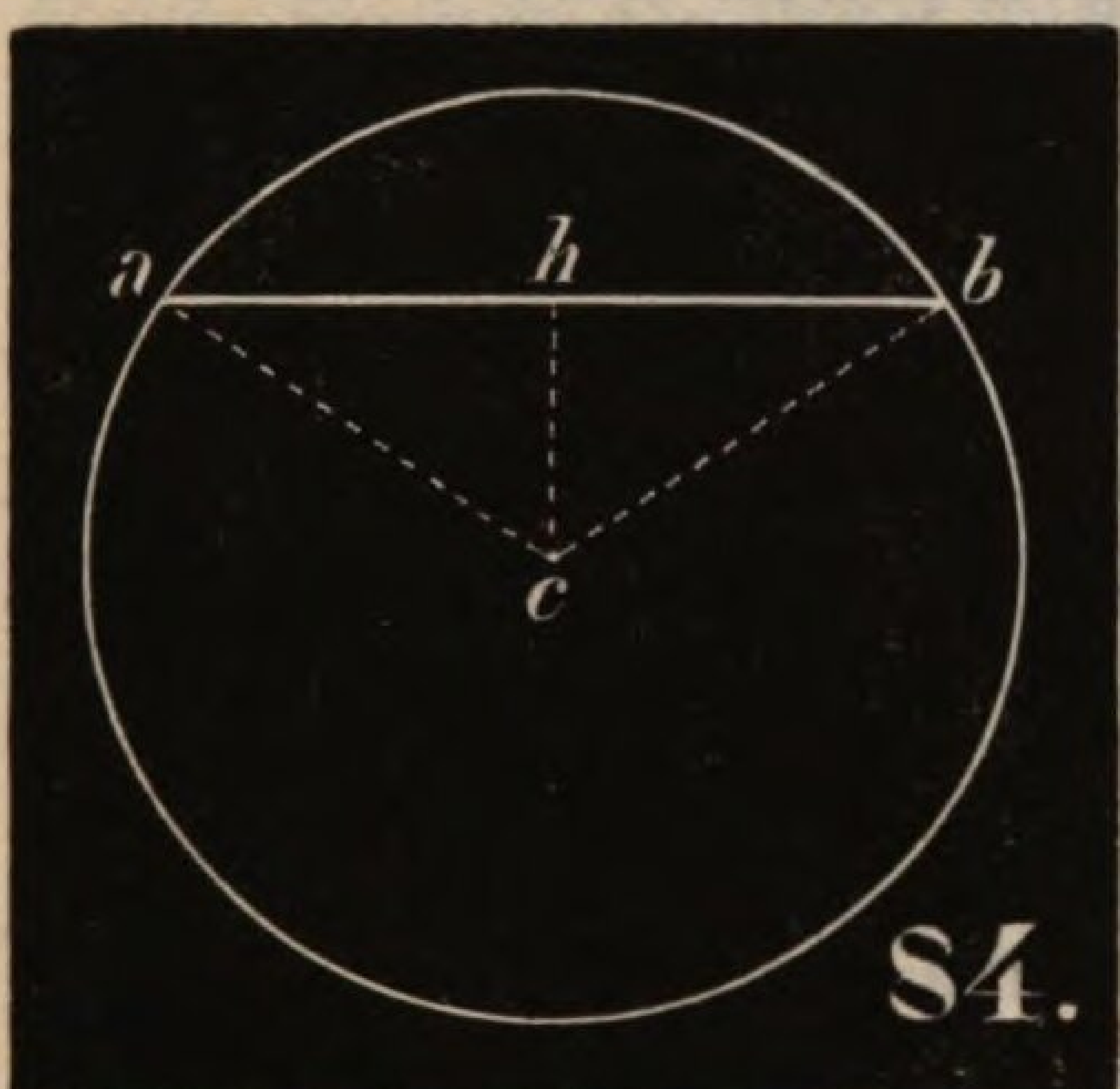
1) Es sei r Fig. 83 = 5,6 dm., Bogen a m = 59 Grad 16 Min. 45 Sek.; wie groß ist der Kreisausschnitt in □'?

2) Es sei r = 13$^{0}$ und Bogen = 65 G. 3 M. 4 S.; wie groß ist der Kreisausschnitt in □M.?

3) Der Halbmesser eines Kreises sei 8$^{0}$ 9' 3", der einem Ausschnitte angehörige Bogen sei 10$^{0}$ 5' 6" lang, wie groß ist der Ausschnitt in □M.?

4) In eine kreisförmige Rennbahn führen 2 Thüren; die geraden Linien aus den Mitten der Thüren nach dem Mittelpunkte der Bahn bilden am Mittelpunkte einen Winkel von 84$^{0}$ 7'; jede der geraden Linien mißt 54$^{1}/_{2}$ Schritte (2 Schritte = 1,$_{75}$ M.); wie groß ist der Bahnausschnitt?

### 4) Der Kreisabschnitt.




Der Kreisabschnitt a b d**) Fig. 84 kann durch Ziehen der Halbmesser b c und a c zu einem Kreisausschnitt ergänzt werden, dessen Inhalt, wie oben gezeigt, gefunden wird. Könnte man nun auch den Inhalt des Dreiecks a b c finden, so würde man, wenn man diesen von dem Inhalt des Ausschnittes abzöge, den Inhalt des Abschnittes erhalten. Der Inhalt des Dreiecks kann indessen auf dieser Stufe der Geometrie noch nicht gefunden werden; denn um ihn zu finden, müßte auch die Grundlinie a b, oder, was hier dasselbe sagt, die Sehne a b gegeben sein, so wie ihr senkrechter Abstand vom Kreismittelpunkt oder die Höhe c h des Dreiecks a b c.

Wenn man aber, wie zur Berechnung des Kreisausschnitts doch nöthig ist, den Halbmesser eines Kreises und den dem Ausschnitt zuge-

---

*) Man wird wohl thun, jede Aufgabe jedesmal auf diese zweifache Art machen zu lassen, der Mannigfaltigkeit der Uebungen und der Vergleichung der Resultate wegen.

**) d soll in der Mitte des Bogens a b stehen.

hörigen Kreisbogen kennt, so ist zugleich dadurch die Sehne a b ihrer Größe nach bestimmt, und durch diese auch ihr senkrechter Abstand vom Mittelpunkte des Kreises; denn zu gleichen Bogen gehören gleiche Sehnen, und gleiche Sehnen haben auch gleichen Abstand vom Mittelpunkte. Man kann aber auf dieser Stufe der Geometrie noch nicht die Größe einer Sehne aus der Größe des ihm zugehörigen Bogens finden. Aus der Größe des Halbmessers und der Größe der Sehne kann man aber die Größe ihres Abstandes vom Mittelpunkte berechnen. *)

## Drittes Kapitel.

## Ausmessung der Körper.

### §. 35.

### Ausmessung der Ecksäulen (Prismen).

1) Vom Messen der Körper im Allgemeinen und den dabei vorkommenden Maßen insbesondere.

Wie eine Linie nur durch eine Linie, eine Fläche nur durch eine Fläche, so kann auch ein Körper nur durch einen Körper gemessen werden.**) Das hier zu Grunde liegende Maß ist zwar das Kubikmeter, d. h. ein Würfel, der ein Meter Länge, ein Meter Dicke und ein Meter Höhe hat. Die Maßeinheit aber ist das Kubikdezimeter oder das Liter. Einen

---

*) $ch = \sqrt{bc^2 - bh^2}$; $bh = \frac{ab}{2}$ also $ch = \sqrt{r^2 - \frac{ab^2}{4}}$

**) Wir messen zwar auch hier wieder nur die Linien, durch deren Größe der Inhalt des Körpers bedingt wird, weil eine Messung eines Körpers unmittelbar durch einen Körper in den meisten Fällen unausführbar ist, finden aber den Körpergehalt doch durch Rechnung. Es ist für den Lehrer nicht schwer, ähnlich, wie bei der Flächenberechnung, so auch hier dem Schüler zu veranschaulichen, daß die Größe eines Körpers mit seiner Länge, Breite und Dicke wächst, daß also seine Größe von den genannten drei Ausdehnungen abhängt und daß man diese Größe findet, wenn man die Länge mit der Breite und dieses Produkt mit der Höhe multiplizirt, daß also die Größe eines jeden Körpers ein Produkt aus seiner Länge, Breite und Höhe ist. Es ist dazu nöthig: 1) ein Kubikdezimeter aus hartem Holze mit Eintheilung seiner Flächen in □zm. 2) 10 Scheiben von 1 zm. Dicke und 10 zm. Länge und Breite mit Eintheilung in □zm. 3) 10 Stäbe von 10 zm. Länge, 1 zm. Dicke und 1 zm. Breite, und endlich 4) noch 10 Würfelchen, jedes gleich einem Kbkzm.

Körper messen, heißt also zusehen, wie oft der als Maßeinheit angenommene Würfel oder das Liter = das Kubikdezimeter in ihm enthalten ist, oder auch wie viel solcher Würfel man aus ihm machen könnte. Das Kubikmaß wird, wie vorn schon angemerkt, bezeichnet durch Kbm., Kbdm., Kbzm., Kbmm., so daß also 4 Kbm., 570 Kbdm., 980 Kbzm. und 435 Kbmm. gelesen wird: 4 Kubikmeter, 570 Kubikdezimeter, 980 Kubikzentimeter und 453 Kubikmillimeter.

1 Kbm. = 10 × 10 × 10 = 1000 Kbdm.
1 Kbdm. = 10 × 10 × 10 = 1000 Kbzm.
1 Kbzm. = 10 × 10 × 10 = 1000 Kbmm.

Das muß an Körpern veranschaulicht werden!

## Vom Schreiben und Lesen des Kubikmetermaßes.

Beim Schreiben der Kubikmetermaße setzt man die Kubikmeter als Ganze hin und die Kubik-Dezi- und -Zentimeter als Dezimalbrüche.

Es ist oben angegeben, daß 1 Kbm. = 1000 Kbdm. ist; darum ist auch:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 Kbdm. | = $^{1}/_{1000}$ | oder | 0,001 | Kbm.; |
| 10 „ | = $^{10}/_{1000}$ | „ | 0,010 | „ |
| 100 „ | = $^{10}/_{1000}$ | „ | 0,100 | „ |
| 999 „ | = $^{999}/_{1000}$ | „ | 0,999 | „ |

Die Zahl 999 wird aber bei den Kubikdezimetern nicht überschritten; demnach nehmen die Kubikdezimeter die 3 ersten Stellen nach dem Komma ein.

Ebenso füllen die Kubikzentimeter die 3 weiteren Stellen nach dem Komma aus; denn:

1 Kbm. hat 1000000 Kbzm.; darum ist

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 Kbzm. | = $^{1}/_{1000000}$ | oder | 0,000001 | Kbm. |
| 10 „ | = $^{10}/_{1000000}$ | „ | 0,000010 | „ |
| 100 „ | = $^{100}/_{1000000}$ | „ | 0,000100 | „ |
| 999 „ | = $^{999}/_{1000000}$ | „ | 0,000999 | „ |

Auch bei den Kubikzentimetern ist 999 die höchste Zahl.

75 Kbm. 917 Kbdm. 413 Kbzm. sind also zu schreiben: 75,917413 Kbm.

62 Kbm. 4 Kbdm. 2 Kbzm. = 62,004002 Kbm.

Hat man Kubikmetermaße zu lesen, so vervollständige man zuerst — wo es nöthig ist — den Dezimalbruch durch Anhängung von Nullen auf 3 oder 6 oder, falls Kubikmillimeter vorkommen sollten, auf 9 Stellen, lese dann die Ganzen als Kbm., die drei ersten Stellen nach dem Komma als Kbdm., die 3 weiteren Stellen als Kbzm. u. s. w. z. B.:

19,523048 Kbm. sind zu lesen: 19 Kbm. 523 Kbdm. 048 Kbzm.
12,65347 Kbm. = 12,653470 Kbm. sind zu lesen: 12 Kbm., 653 Kbdm., 470 Kbzm.

Aufgaben.

a) Zum Schreiben: 79 Kbm., 613 Kbdm., 211 Kbzm.; — 804 Kbm., 29 Kbdm., 281 Kbzm.; — 4 Kbm., 9 Kbdm., 15 Kbzm.; — 0 Kbm., 208 Kbzm.; — 74 Kbdm., 2 Kbzm. ꝛc. sind wieviel Kbm.?

b) Zum Lesen: 65,214923 Kbm.; — 278,319007 Kbm.; — 534,72384 Kbm.; — 923,1285 mbm.; — 756,84 Kbm.; — 814,9 Kbm. sind wieviel Kbm., Kbdm. und Kbzm.?

Es ist nun sehr rathsam, um mit dem neuen Kubikmaße vertraut zu werden, daß man recht viele Verwandlungen des seither gebräuchlichen Kubikmaßes in das neue vornehme. Zu diesem Behufe folgt hier eine Anzahl Aufgaben, deren Lösung sich auf Tabellen 5 und 6 stützt.

### 1) Verwandlung des seither gebräuchlichen Kubikmaßes in das Kubikmetermaß.

Wenn man sagen soll, wie sich ein Kubikfuß irgend eines Landes zum Kubikmeter verhalte, so multiplizire man die Zahlen, die das gegenseitige Längenverhältniß angeben, jede für sich zweimal mit sich selbst.

Ist z. B. ein Frankfurter Längenfuß = 0,28461 M., so ist ein Frankfurter Kb.′ 1 × 1 × 1′ = 1 Kb.′ nahezu = 0,023054 Kbm. = 23,054 Kdm. = 23054 Kbzm. = 23054000 Kbmm. u. s. f.

Die Grundeinheit der Hohl- und Flüssigkeitsmaße ist das Liter = 1 Kbdm.

Um das Verhältniß der landesgebräuchlichen Hohl- und Flüssigkeitsmaße zum betreffenden Metermaße anzugeben, muß man wissen, wie die Maßeinheit sich zum Liter verhält.

In Nassau ist z. B. 1 Liter = 1 Flasche = 1/2 Maß; 80 Maß oder 160 Liter = 1 Ohm; 1/2 Liter gleich 1 Schoppen.

10 Liter oder 1 Dekaliter = 1 Meste; 10 Mesten, also 10 Dekaliter oder 1 Hektoliter = 1 Malter.

### Uebungsaufgaben.

1) 73,5 Kb.′ 13,8 Kb.⁰; 106,9 Kb.′ sind wieviel Kubikmeter?

2) Ein Stein enthält 81,75 Kb.′, wie viel Kubikmeter ꝛc. sind das?

3) Ein Backstein ist 1/5 Kb.′ groß, wieviel Backsteine gehen auf das Kubikmeter, auf 143 Kbdm.?

4) Ein Baumstamm ist 754 Kb.′; ein anderer 794 Kb ′; ein dritter 748 Kb.′ wie viel Kbdm. sind das? und was kosten diese Stämme, wenn 1 Kkdm. 1 Sgr. 9 Pf. auch 6 1/4 kr. kostet?

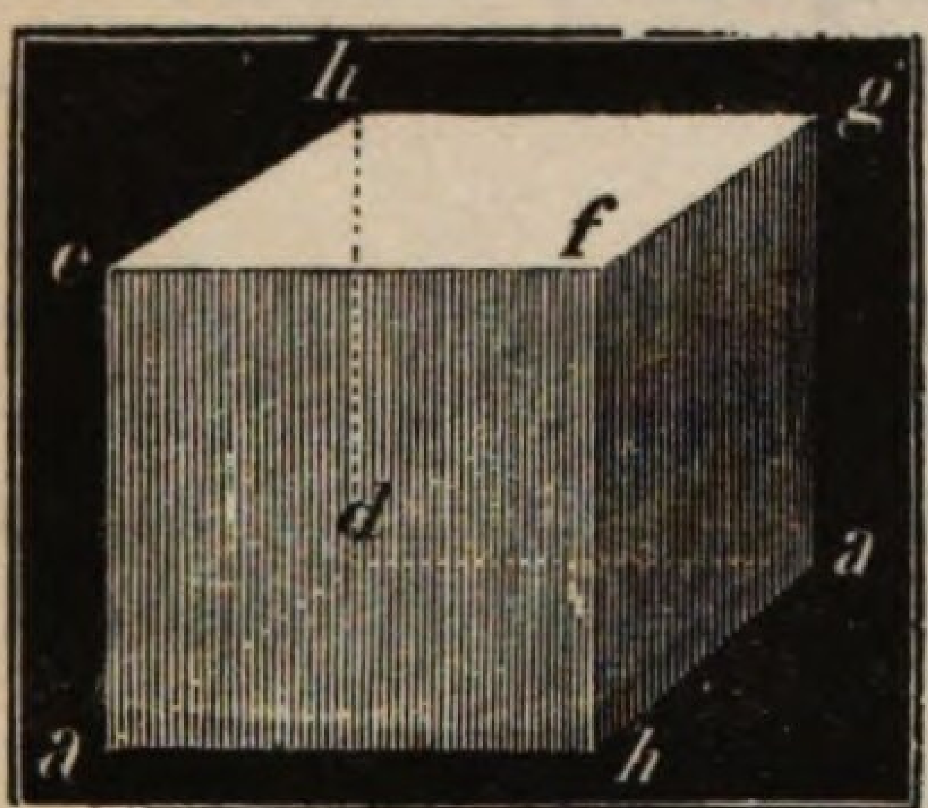
### 2) Verwandlung des Kubikmetermaßes in das seither gebräuchliche Kubikmaß.

1) Wieviel Kb.′ sind:
36,4 Kbm.; 48,7 Kbm.; 16,5 Kbdzm.; 47,75 Kbdzm.?
48,75 Kbm.; 97,3 Kbm.; 83,8 Kbm.; 15,7 Kbm.?
17,3 Kbm.; 18,5 Kbm.; 54,89 Kbm.; 10,75 Kbm.?

2) Wieviel Kb.′ und wieviel Liter enthält ein Braukessel, der 10,5 Kbm. faßt?

## A. Ausmessung des Würfels. Fig. a.

Fig. a.




Da der Inhalt eines Würfels und eines jeden Körpers also ein Produkt aus seiner Länge, Breite und Dicke ist, und da beim Würfel die 3 Ausdehnungen einander gleich sind,*) so findet man seinen Inhalt, wenn man die Größe einer dieser Ausdehnungen oder, was dasselbe sagt, eine seiner Kanten 2 mal mit

*) Man kann dieß hier wiederholt durch Aufschichten kleiner Würfel veranschaulichen.

sich selbst multiplizirt.*) So wäre also ein Würfel, dessen Kante a genannt wird, $= a \times a \times a = a\,a\,a = a^3$**) und einer, dessen Kante 5′ 4″ beträgt, = 5′ 4″ × 5′ 4″ × 5′ 4″ = ? Die Oberfläche wäre $6\,a^2$ (wie so?). Bei Körpern unterscheidet man einen zweifachen Inhalt: den der Oberfläche und den eigentlichen körperlichen; daher auch die betreffenden Aufgaben, jedesmal in 2 Abtheilungen unterschieden, aufgeführt werden sollen.

### a) Aufgaben über den Oberflächeninhalt.***)

1) Ein würfelförmiges Fußgestell soll mit Oelfarbe angestrichen werden. Was kostet dieß, wenn eine Kante desselben = 4′ 9″ hält und wenn man das Quadratmeter mit 30 Krz. oder auch das □dm. mit 9 Pf. bezahlt?

2) Was kostet der einmalige weiße Oelanstrich eines würfelförmigen Mehlkastens von 5,6 dm. Kante, wenn das □dm. mit 5 Heller bezahlt wird, das □M. aber mit 1 fl. 54 Krz. oder auch mit 1 Thlr. 16 Sgr.

3) Eine würfelförmige Geldkasse, deren eine Kante 2,4 dm. beträgt, soll mit Eisenblech beschlagen werden. Auf das □dm. kommen 0,4 Klgr. Eisenblech; das Klgr. kostet $15^3/_4$ kr., für Arbeitslohn werden bezahlt 2 Thlr. 15 Sgr. Wieviel Thaler wird das Ganze kosten?

### b) Aufgaben über den Körperinhalt.

1) Wie groß ist obiges Fußgestell seinem körperlichen Inhalte nach in Kbm.?

2) Wieviel kostet es, wenn der Kubikfuß, an den Ort seiner Aufstellung geliefert, mit 24 kr. bezahlt wird und der Steinhauer für den Kb.′ $14^3/_4$ kr. Arbeitslohn erhält?

3) Was kostet der untere, würfelförmige Theil eines Brunnenstockes aus rothem Sandstein, wenn er 12,7 dm. Kante hat, wenn das Kbdm.

---

*) Darum heißt das Produkt, welches man erhält, wenn man irgend eine Zahl 2 mal mit sich selbst multiplizirt, der Würfel (Cubus) dieser Zahl, und die Zahl selbst heißt die Kubikwurzel aus genanntem Produkt. So ist $3 \times 3 \times 3 = 27$ der Cubus von 3, und 3 ist die Kubikwurzel aus 27. Man bezeichnet dieß kurz so: $3^3 = 27$ und $3 = \sqrt[3]{27}$.

**) Wann sind also Würfel einander gleich? Doch nur, wenn ihre Kanten oder auch wenn ihre Produkte aus Grundfläche und Höhe gleich sind.

***) Die hier vorkommenden Aufgaben bilden bloße Wiederholung der Flächenberechnung.

3 kr., an Ort und Stelle geliefert, bezahlt wird, und wenn der Steinhauer für Behauen, Herrichten und Einsetzen per Kbdm. 2 Pf. Arbeitslohn erhält?

4) Wieviel faßt der obige Mehlkasten (Aufg. 2 über Oberfl.), wenn die genannte Ausdehnung im Lichten genommen werden soll?

5) Was ist ein gußener Würfel von 4,3 dm. Kante werth, wenn das spezifische Gewicht des Eisens $7^2/_{10} = 7{,}2$ gesetzt wird, das Kbdm. Wasser ein Kilogramm wiegt und das Klgr. 7 Sgr. oder auch 21,2 Krz. kostet?

Anmerkung. Ueber die neuen Gewichte sei nur Folgendes hier bemerkt. Was ein Kubikzentimeter ist, das ist bereits erklärt. Das Gewicht eines Cubikzentimeters Wasser im Zustande seiner größten Dichtigkeit, d. h. bei einer Temperatur von 4° R., nennt man ein Gramm. 10 solcher Gramme nennt man Dekagramm, 100 solcher Gramme nennt man 1 Hektogramm; 1000 solcher Gramme heißen 1 Kilogramm. = 1 Kbdm.' Wasser, wie oben ꝛc.

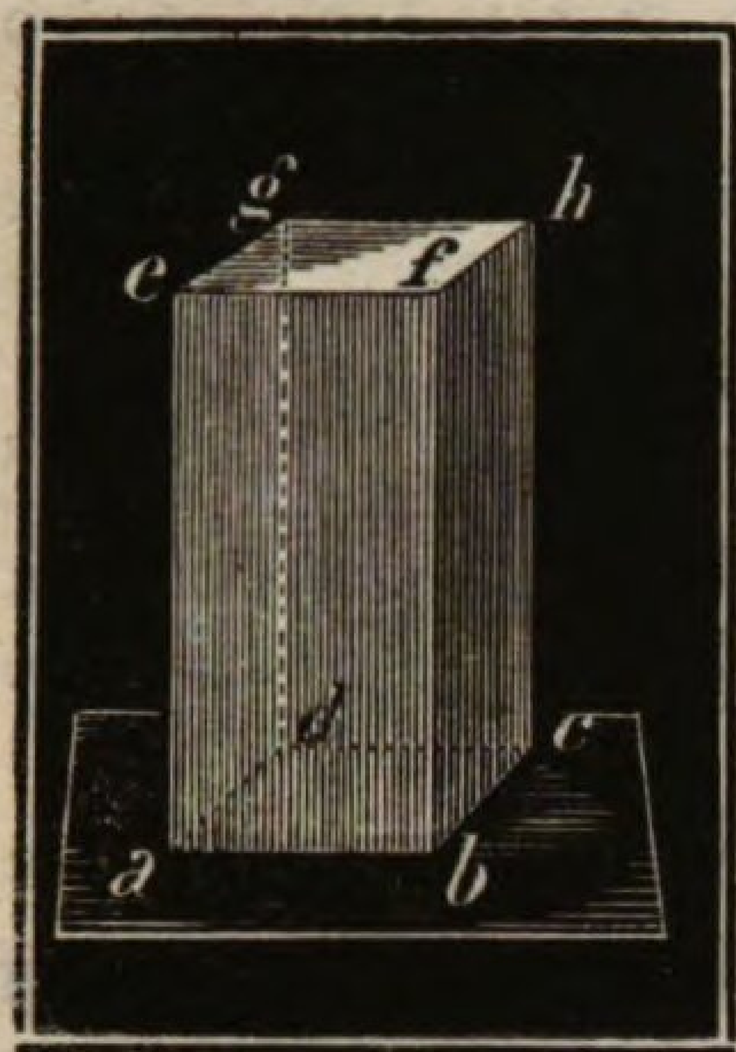
$^1/_{10}$ Gramm heißt Dezigramm; $^1/_{100}$ Gramm heißt Zentigramm; $^1/_{1000}$ Gramm ist das Milligramm. Wie verhalten sich aber diese Gewichte zu den seither gebräuchlichen? Unser seitheriges Pfund ist $= {}^1/_2$ Kilogramm; folglich ist 1 Kilogr. = 2 Pfund. Da 1 Pfd. = 0,5 Kilogr. = 500 Gramm ist, so ist $^1/_{32}$ Pfd. oder 1 Loth $= \frac{500}{32}$ Gramm = 15,625 Gramm und $^1/_4$ Loth oder 1 Quentchen $= \frac{15{,}625}{4}$ Gramm = 3,9063 Gramm. 1 Pfd. = 0,5 Klgr. 100 Pfd. oder 1 Centner sind also = $100 \times 0{,}5$ Kilogr. = 50 Kilogr. 1 Kilogr. = 2 Pfd. = $2 \times 32$ Loth = 64 Loth = $64 \times 4$ Quentchen = 256 Quentchen; $^1/_{1000}$ Klgr. oder 1 Gramm ist also gleich $\frac{256}{1000}$ Quentchen = 0,256 Quentchen.

## B. Berechnung der Prismen.

### 1) Das 4seitige Prisma. Fig. b.

Was ein Prisma ist, ist aus dem I. Abschnitt bekannt; auch sein Inhalt ist ein Produkt aus den bei jedem Körper vorkommenden 3 Ausdehnungen. Wenn die Grundfläche des vierseitigen Prismas ein Quadrat ist, so wird man den Inhalt des Prisma's finden: „wenn man

Fig. b.




eine Kante der Grundfläche mit sich selbst und das Produkt mit der Höhe multiplizirt." Prismen sind also gleich, wenn die Produkte aus Grundflächen und Höhen gleich sind. Dieß ist aber der Fall:

a) wenn die Grundflächen und Höhen selbst gleich sind oder

b) wenn sich die Grundflächen umgekehrt verhalten, wie die Höhen.

Hieraus ergeben sich nachstehende Folgerungen:

1) Prismen von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen verhalten sich, wie die Produkte aus Grundflächen und Höhen.

2) Gleiche Prismen von gleichen Grundflächen haben gleiche Höhen.

3) Gleiche Prismen von gleichen Höhen haben gleiche Grundflächen.

4) Prismen von gleichen Grundflächen verhalten sich, wie ihre Höhen.

5) Prismen von gleicher Höhe verhalten sich, wie ihre Grundflächen.

Wäre die Kante an der Grundfläche eines 4seitigen Prisma's a, seine Höhe h, so wäre die Oberfläche des Prisma's $a^2 + a^2 + 4\,a\,h$ oder $2\,a^2 + 4\,a\,h$, das Prisma selbst $= a \times a \times h = aah = a^2h$. Ist die Kante der Grundfläche $= 4{,}5$ dm. und die Höhe $= 9{,}4$ dm., so ist a) die Oberfläche des Prisma's. $4{,}5 \times 4{,}5 + 4{,}5 \times 4{,}5 + 4 \times 4{,}5 \times 9{,}4 = \ldots\ldots$? und b) das Prisma $= 4{,}5 \times 4{,}5 \times 9{,}4 = \ldots\ldots$?

## Aufgaben.

a) **Ueber den Oberflächeninhalt.** (Die Art der Berechnung ist aus der Flächenrechnung bekannt.)

**1) Sechs 4seitige prismatische Säulen einer Kirche sollen mit weißer Oelfarbe angestrichen werden. Die Kante der Grundfläche ist 4,5 dm. und die Höhe beträgt 14,28 M.; was wird bezahlt, wenn das □dm. 2 Pf. kostet?**

**2) Was kostet ein viereckig behauener Stamm anzustreichen, der 30′ lang, 4½′ breit ist; wenn der Anstrich eines □′ auf 1½ kr. und eines □dm. auf 3 Pf. zu stehen kommt?**

3) Die Länge eines Zimmers beträgt 20′ 5″, die Breite 12′ 7″, die Höhe 9′ 9″. Was kosten die 4 Wände und die Decke desselben zu verputzen und zu tünchen, mit Abzug von $^3/_7$ des gesammten Flächeninhaltes, welcher mit Oelfarbe angestrichen werden soll, wenn das □dm. mit $^1/_4$ kr. und der Oelanstrich das □dm. mit $^3/_4$ kr. bezahlt wird.

4) Ein Salon hat 62′ Länge, 44′ 9″ Breite, 18′ 2″ Höhe. Die 4 Wände sollen mit Abzug einer Lambris verputzt und tapezirt, die Decke soll verputzt und getüncht werden. Das □dm. Verputz kostet $^1/_4$ kr., das □dm. Verputz und Tünchung $^3/_4$ kr. Die Lambris ist 4′ 7″ hoch, der Oelanstrich kostet à □dm. $^3/_4$ kr. Ein Stück Glanztapete ($^3/_4$ breit 15 Ellen lang) kostet 1 fl. 24 kr., die Elle Bordur 18 kr. Jedes der 4 Fenster ist 4′ weit und 7′ hoch, eine doppelte Flügelthüre $7^1/_2$′ weit und 14′ hoch, eine Nebenthüre 4′ weit und 7′ hoch, für jedes Fenster mit Bekleidung würden $12^3/_4$ □′ auch mit Oelfarbe anzustreichen gerechnet. Arbeitslohn fürs Tapeziren 5 fl. 24 kr.; das Malen der Decke kostet 30 fl. und das Aufstellen der Oefen 7 fl. 48 kr. Wieviel beträgt das Ganze?

### b) Ueber Körperinhalt.

1) Was kosten obige 6 Säulen, wenn sie aus buntem Sandstein bestehen, und wenn der Kb.′ zu liefern mit 36 kr. und zu bearbeiten mit $6^1/_2$ kr. oder auch für Beides mit 10 Sgr. 8 Pf. bezahlt wird? und wie schwer sind sie, wenn das spezifische Gewicht des Sandsteins 2,5 ist? (1 Kbdm. Wasser = 1 Klgr.)

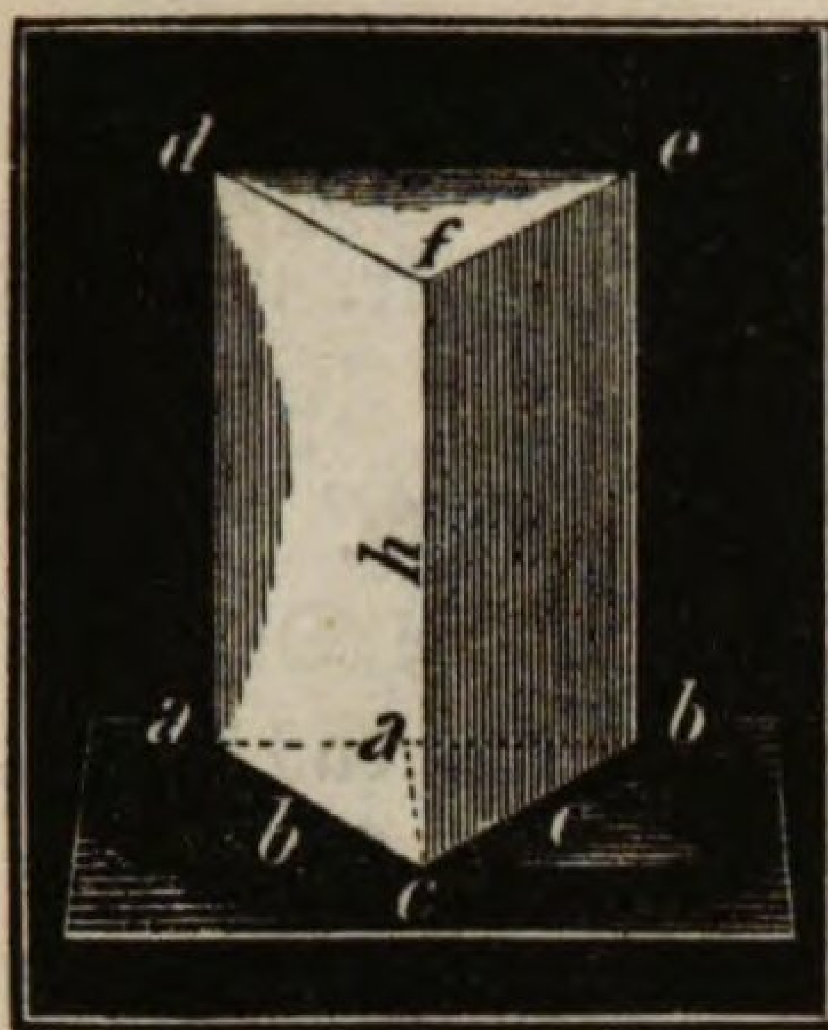
2) Was bezahlt man für eine Mauer, die 30′ 6″ lang und 4′ 5″ breit und 1′ 5″ dick werden soll, wenn 1 Kbdm. mit $7^3/_4$ Sgr. bezahlt wird?

3) 3 Kb.° Steine, 6 Ohm Kalk und $^1/_2$ Kb.° Sand geben 2 Kb.° Speismauer. Die Kb.° Steine kostet zu brechen, zu fahren und zu setzen 5 fl. 48 kr.; die Ohm Kalk kostet 1 fl. 6 kr., die halbe Kb.° Sand zu liefern 25 fl. Die zu machende Mauer ist das Fundament einer Kirche und 30′ tief, durchschnittlich $5^1/_2$′ dick; die Kirche ist 120′ lang, 44′ breit. Was kostet das Ganze, wenn für 1 Kbm. Maurerarbeit 15 kr. und für die Kb.° Grundarbeit (für Ausgraben und Verkarren) 20 kr. bezahlt werden?

## 2) Das 3seitige Prisma. Fig. c.

Wann ein △ gleich einem ‡‡lgr., also auch gleich einem Quadrat ist, hörten wir oben. Wenn nun durch die auf und abwärts, also nicht in der Richtung der Ebene des Dreiecks gehende Bewegung eines solchen

Fig. c.




Dreiecks ein 3seitiges Prisma entsteht, so muß das gleich jenem Prisma sein, das von dem, dem △ gleichen Quadrate erzeugt wird. Man wird also auch hier, um den Inhalt des 3seitigen Prisma's zu finden, die Grundfläche mit der Höhe multipliziren müssen.*) Ist darum im 3seitigen Prisma die Kante der Grundfläche a, ihr Abstand von dem gegenüberstehenden Winkel b und die Höhe des Prismas = h; so ist der Körperinhalt des Prisma's $= \frac{a \times b}{2} \times h = \frac{a \times b \times h}{2} = \frac{a\,b\,h}{2}$ und die Oberfläche $\frac{a\,b}{2} \times 2 + 3\,a\,h = a\,b + 3\,a\,h$. Wenn aber die Grundfläche ungleichseitig ist, so berechne man diese und jede Seitenfläche besonders. (Wie so?)

1) Es sei a = 7′ 5″, b = 4′ 3″ und h = 16′ 5″; wie groß ist das Prisma in Kbdm.?

2) Es sei a = 6 dm.; b = 4 dm.; a = 3 dm.; b = 5 dm. und h = 20 dm., wie groß ist das Prisma und seine Oberfläche?

## Aufgaben.

### a) Ueber Oberflächeninhalt.

**1) Was werden 3 3seitige prismatische Säulen anzustreichen kosten, wenn die Breite = 2¾′ und die Höhe = 15′ 9″, die Grundflächen nicht gerechnet werden und das □M. mit 3 Sgr. 8 Pf. bezahlt wird?**

**2) Wie hoch kommt ein rauher Speisbewurf eines 3seitigen Pfeilers, wenn eine Kante der Grundfläche 4′ 5″ und die Höhe 8′ 3″ beträgt, die Grundflächen abgerechnet werden und das □dm. 5/4 kr. oder auch 2 Pf. kostet?**

**3) Was kostet ein Dach von der Form eines 3seitigen Prisma's zu decken mit Fütterung der beiden Giebelränder, wenn das Gebäude 125′ lang, eine Dachkante 43′ hoch, das Haus 36′ tief ist und die senkrechte Höhe der Giebelwand 26′ 5″ mißt; wenn auf die Dachladen keine Rücksicht genom-**

---

*) So berechnet man die Prismen, sie mögen senkrecht oder schief sein, ebenso jedes Parallelepipedum. Dieses ist ein Prisma, welches ein Rechteck zur Grundfläche hat.

men, das □M. für sämmtliches Material (Bord, Nägel, Dachhaken, Schiefer) mit 6 kr. 2 hll. oder auch 2 Sgr. 3 Pf. bezahlt wird?

b) Ueber Körperinhalt.

1) Wieviel beträgt ein Dachraum in Kbdm., wenn eine Seite der Giebelwand 14′ 3″, ihr senkrechter Abstand bis zum gegenüberstehenden Winkel 12′ 7″ ist, die Länge des Dachbodens (Höhe) 25′ 4″ beträgt?

2) Wie theuer und wie schwer werden obige Säulen sein, wenn sie aus Marmor bestehen und das Kbdm. mit 24 kr. bezahlt wird und der Abstand der Grundkante vom gegenüberliegenden Winkel = 2,6′ ist. (Spezifisches Gewicht 2,24.)

3) Wieviel Raum faßt der unter Aufgabe 3 bemerkte Dachraum?

4) Wieviel Kbdm. Wasser kann eine Rinne von der Form eines 3seitigen Prisma's fassen, wenn dieselbe 840 1/3′ lang, an der Grundkante 8″ 7‴ breit und wenn die Entfernung dieser Kante von der gegenüberstehenden Ecke = 8″ 5‴ ist?

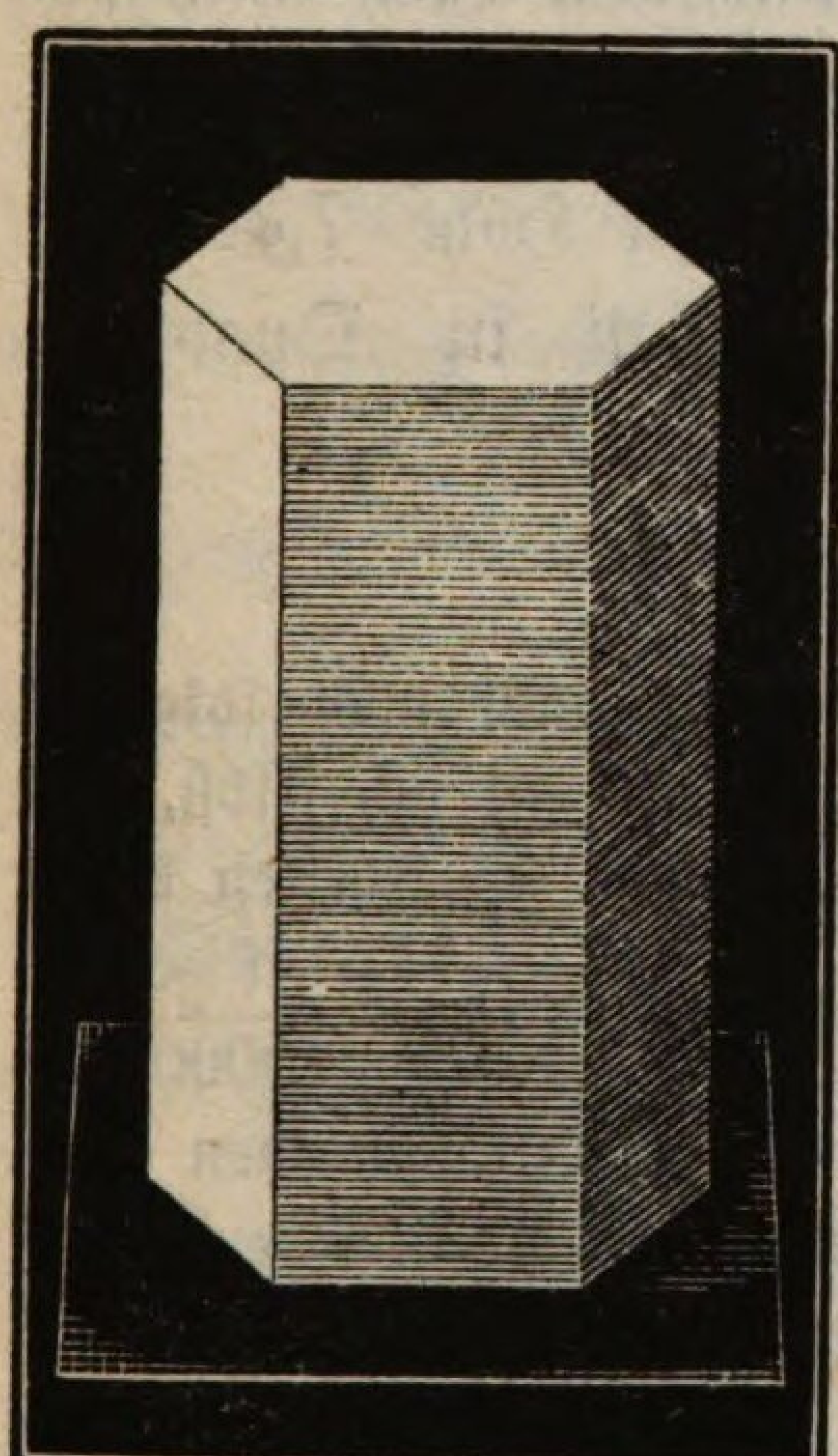
## 3) Das 5-, 6- rc.seitige Prisma.

In gleicher Weise findet man den Körperinhalt eines jeden Prisma's, wenn man seine Grundfläche mit seiner Höhe multiplizirt. So beim 6seitigen Fig. d.

### Aufgaben.

a) Ueber Oberflächeninhalt.

Fig. d.



1) Ein regelmäßiger 6seitiger Pfeiler von 3,15 dm. breiten Seiten und 118,75 dm. Höhe soll in seinen Seitenflächen mit Oelfarbe angestrichen werden. Wie groß wird die Ausgabe sein, wenn man 1 □dm. mit 1/4 kr. oder auch 1 1/2 Pf. bezahlt?

2) Was wird ein Dach nebst dem obersten Stockwerke eines Hauses mit Schiefer zu decken kosten, wenn die Länge des Hauses = 25′ 8″, die Tiefe des Hauses = der Giebelseite = der Höhe des oberen Stockes = 49,7 dm. und der senkrechte Abstand von der Spitze = 38,4 dm. ist und wenn das □dm. zu decken nebst Zugabe der Schiefersteine auf 5/4 kr. oder auch 1/4 Sgr. zu stehen kommt?

b) Ueber Körperinhalt.

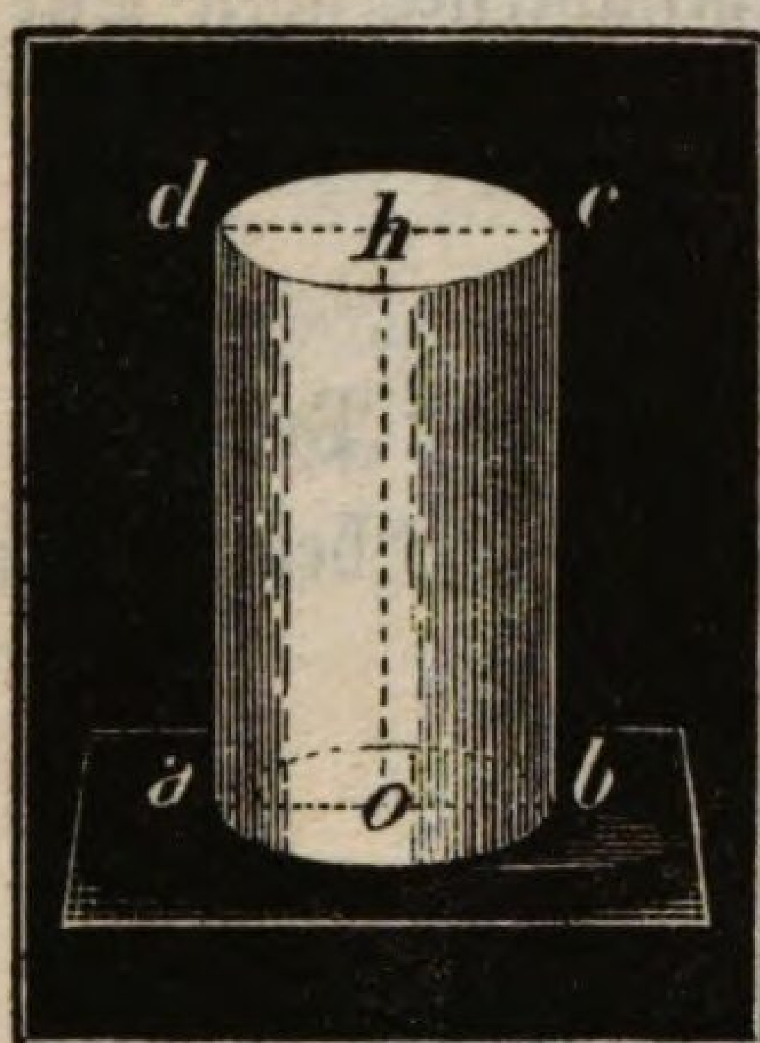
1) Was wird obiger 6seitiger Pfeiler kosten, wenn er aus rothem Sandstein besteht, das Kbdm. mit 20 kr. bezahlt wird und an Ort und Stelle zu liefern 10 fl. 40 kr. kostet und der Abstand der Grundkante von der Mitte der Grundfläche = $1{,}1'$ ist. Was wiegt er, wenn das spezif. Gewicht = $2{,}92$ ist?

2) Wie viel Raum schließt das unter 2 genannte 5s. Prisma ein?

3) Ein 5seitiger Basaltkrystall ist 16 dm. lang, seine Grundkante beträgt $1{,}3$ dm., deren Abstand von der Mitte $8{,}5$ dm.; das spez. Gewicht des Basalts ist = $3{,}2^0$; ein Kbdm. Wasser wiegt 2 Pfd., wie schwer ist dieser Krystall?

## 4) Die Rundsäule, Walze (der Cylinder). Fig. e.

Fig. e.




a) Der ganze Cylinder.

Wir haben oben bei Beschreibung der Körper den Cylinder als ein Prisma von unendlich vielen Seiten betrachtet. Darum findet man auch seinen Körperinhalt, wenn man seine Grundfläche mit seiner Höhe multiplizirt. *) Es sei der Halbmesser seiner Grundfläche r, seine Höhe h; so ist der Cylinder = $r^2 \pi h$ und seine Oberfläche $2 r^2 \pi + 2 r \pi h = (r + h)\, 2 r \pi$ (warum?). Was von der Gleichheit und dem Verhältniß der Prismen gesagt worden ist, gilt auch hier (warum?)

Der Halbmesser eines Cylinders sei $2{,}3$ dm., die Höhe $7{,}9$ dm.; wie groß ist seine Oberfläche und sein Körperinhalt in Quadratf. und Kb', in □M. und Kbm.?

---

*) Die Zimmerleute haben für cylindrische Stämme auch noch folgende Art der Berechnung: Sie multipliziren den Umfang in Zollen mit sich selbst, das Erhaltene mit der Höhe in Schuhen und dieß so Erhaltene mit 55, theilen durch 100000 oder schneiden 5 Stellen rechts ab, so daß also die Formel ist: $\frac{p^2\, h \times 55}{100000}$. Was dann links vom Komma steht, sind Kubikschuhe. Die Gründe beruhen auch auf dem Verhältniß des Kreisumfangs zum Durchmesser; denn die Kreisperipherie steht nach Euklid zum Durchmesser in dem Verhältnisse wie 22 : 7. Multiplizirt man den Umfang mit dem Durchmesser und theilt das Erhaltene durch 4, so hat

## Aufgaben.

### a) Ueber Oberflächeninhalt.

1) In einer Kirche sollen 24 Säulen mit weißer Oelfarbe angestrichen und mit rother marmorirt werden. Jede Säule hat 4′ 5″ Umfang und 18′ 3″ Höhe; was kostet dieß, wenn das □dm. mit 1 kr. bezahlt wird? (Versteht sich, daß die Grundflächen nicht mitgerechnet werden!)

### b) Körperinhalt.

1) Wieviel Kubikinhalt haben diese Säulen und was kosten sie, wenn sie sandsteinern sind, und wenn das Kbdm. mit 6 kr. bezahlt wird?

2) Wieviel beträgt der Körperinhalt eines Wellbaumes an einem Wasser- und Kammrade, wenn derselbe 18′ lang ist und 3,8 dm. Umfang hat?

3) Eine bleierne Röhre sei 15,3 dm. lang und habe im Lichten $1^3/_4$ dm.,

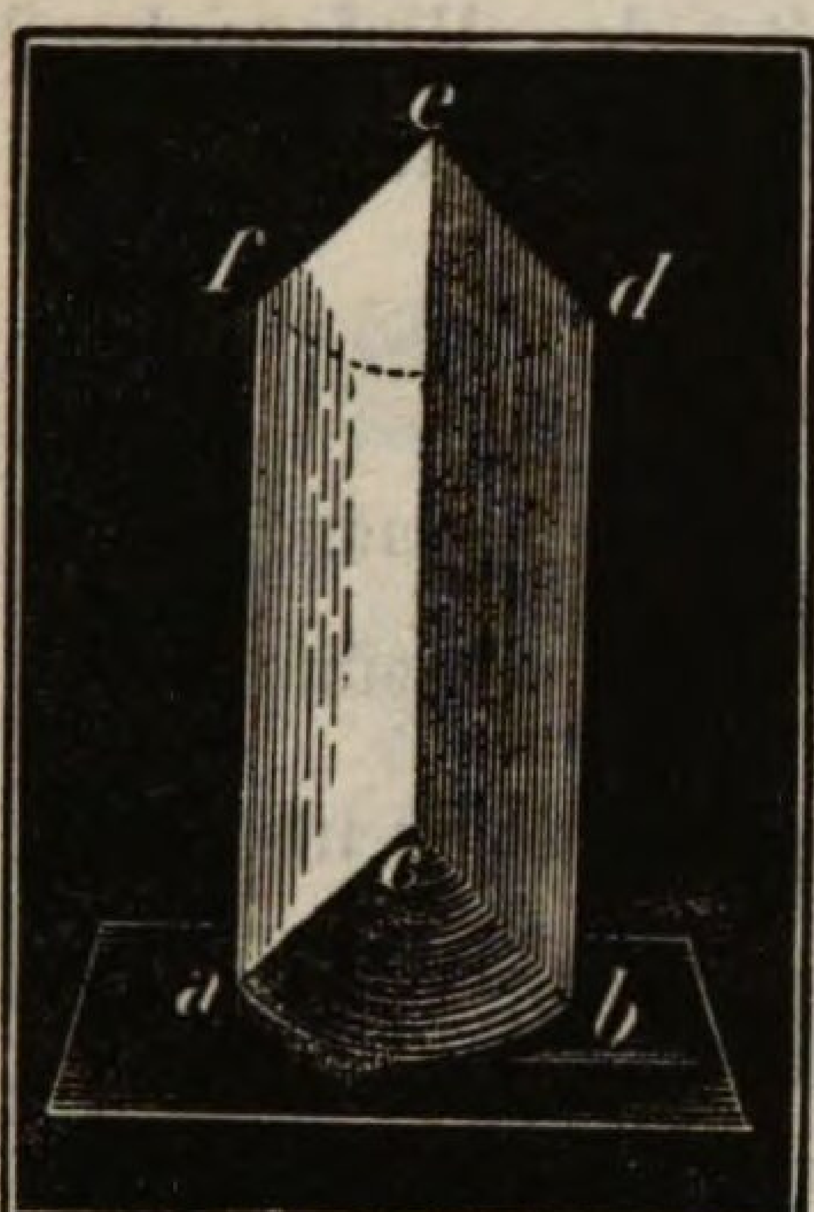
---

man den Kreisinhalt; Formel: $\frac{22 \times 7}{4} = \frac{p \times 7}{4}$. Quadrirt man den Umfang, so erhält man $22 \times 22 = p^2$. Dieß verhält sich also zum Kreisinhalte, wie folgt: $22 \times 22 : \frac{22 \times 7}{4} = 88 : 7$ (indem man im ersten und zweiten Gliede durch 22 hebt und das erste Glied mit dem Nenner 4 aus dem zweiten Gliede multiplizirt. Das heißt nun so: „Das Quadrat einer Kreisperipherie ist = $^{88}/_7$ mal dem Kreisinhalte gleich" und man braucht das Quadrat der P. = ($p^2$) nur mit $\frac{7}{88}$ zu multipliziren, um den Inhalt zu finden. Formel: $\frac{p^2 \times 7}{88}$. Das ist nun der Inhalt der Grundflächen in Zollen; hiermit soll man die Länge in Schuhen multipliziren. Man muß darum die Zoll erst zu Schuhen machen, was geschieht, indem man durch 144 dividirt; Formel: $\frac{p^2 \times 7'}{88 \times 144}$. Dieß multiplizirt man mit der Länge; Formel: $\frac{p^2 \times 7 \times L.}{88 \times 144}$. Den Bruch $\frac{7}{88}$ multiplizire man, um bequemere Zahlen zu erhalten, im Zähler und Nenner mit 8, so erhält man $\frac{p^2 \times 7 \times 8 \times L.}{88 \times 8 \times 144}$ $= \frac{p^2 \times 56 \times L.}{704 \times 144}$. Setzt man im Zähler 55 statt 56 und im Nenner 700 statt 704 — was der Genauigkeit wenig Eintrag thut — so hat man: $\frac{p^2 \times 55 \times L.}{700 \times 144}$ $= \frac{p^2 \times 55 \times L.}{100800} = \frac{p^2 \times 55 \times L.}{100000}$, indem man schließlich 100000 statt 100800 setzt.

wie viele Kkdm. Wasser wird sie enthalten und wieviel Pfund wiegt das, wenn 1 Kbdm. = 1 Klgr. = 2 Pfd. ist?

4) Ein Müller läßt sich im Walde der Gemeinde, der er angehört, einen Wellbaum anweisen. Es wird ihm das Kbm. zu 1 fl. 14 kr. berechnet; indessen bekommt er sämmtlichen Abfall des Baums. Der Wellbaum muß 45′ l. sein und 2′ 3″ Durchmesser haben; was wird er kosten, wenn Transport, Fällerlohn und Nebenausgaben 12 fl. 54 kr. betragen und wenn er aus dem Abfall an Ort und Stelle 16 fl. 40 kr. löst, und was kostet das Ganze, wenn ihm das Kbdm. zu $1^1/_2$ Sgr., der Abfall zu 4 Thlr. 7 Sgr. 9 Pf. berechnet wird und der Fällerlohn 8 Thlr. 10 Sgr., der Fuhrlohn 1 Thlr. 8 Sgr. beträgt?

Fig. 88.




Anmerkung: Der schiefe Cylinder kann Ellipsen zu Grundflächen haben; seine Berechnung kann also erst später vorkommen. Ein schief abgeschnittener senkrechter Cylinder, Fig. 88, ist gleich $r^2 \pi \left(\frac{bc + ad}{2}\right)$ d. h. in Worten: Gleich seiner Grundfläche multiplizirt mit der mittleren Höhe. Man kann das auch so setzen: $r^2 \pi \times op$. In derselben Weise wäre die krumme Seitenfläche: $2 r m \times op$.*)

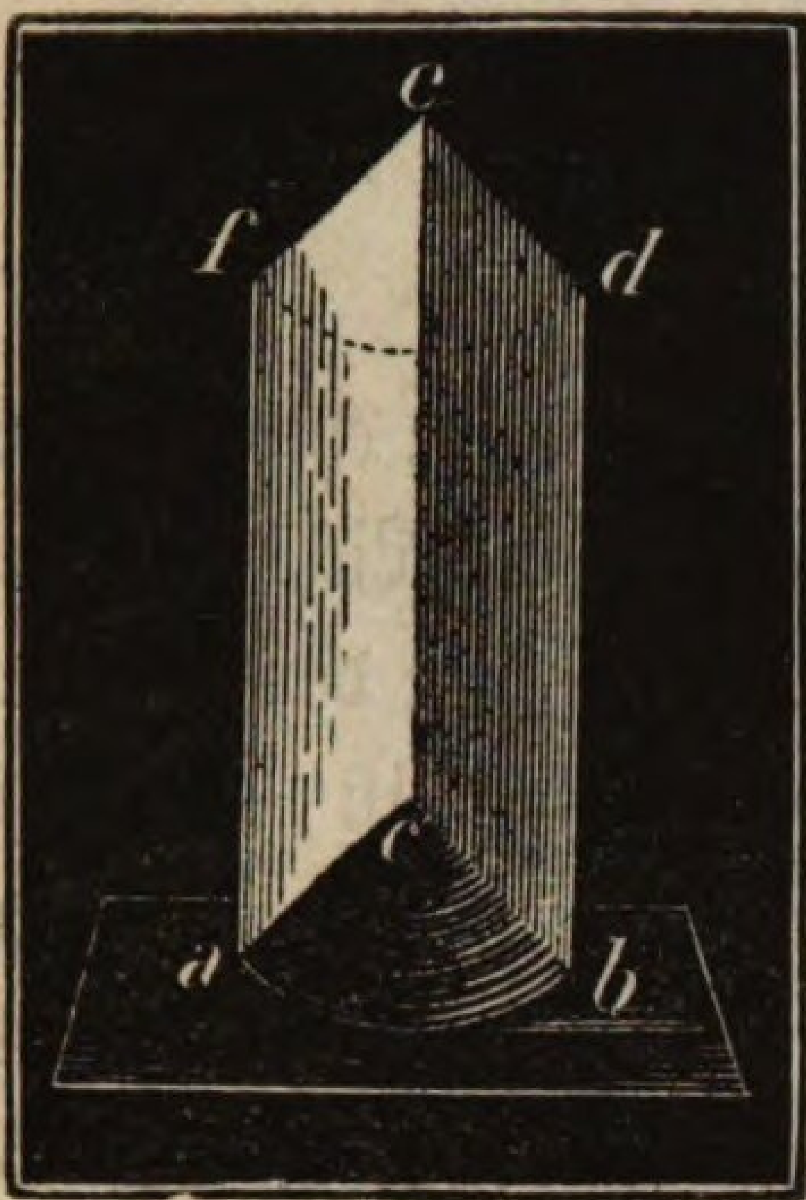
## b) Der Cylinderausschnitt (Sector). Fig. 89.

Erklärung: Ein cylindrischer Sector ist ein Cylinder-Ausschnitt. Man erhält ihn, wenn man durch den Cylinder 2 Ebenen legt, die sich in der Achse des Cylinders treffen. Seine Größe hängt ab von der Größe des ganzen Cylinders und von der Größe des Bogens, der ihm vom Umring des Cylinders zukommt. Bei einem und demselben Cylinder wird ein Sector um so größer sein, je größer der Bogen ist, der ihm angehört.

---

*) Die ganze Oberfläche zu finden ist hier noch nicht möglich; die untere Grundfläche ist zwar ein Kreis, also $r^2 \pi = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{p^2}{4 \pi}$; allein die obere oder die schiefe Schnittfläche ist eine Ellipse und kann erst später berechnet werden.

Fig. 89.




Würde dieser Bogen $^1/_4$, $^1/_2$, ja 1 ganze Peripherie sein, so wäre auch der Sector gleich $^1/_4$, $^1/_2$, ja gleich dem ganzen Cylinder. Es sei der Halbmesser eines Cylinders r, die Höhe h und der Bogen des Sectors $s^0$, so ist der ganze Cylinder $= r^2 \pi h$ und daher die Proportion:

$$360^0 : s^0 = r^2 \pi h : x \text{ und deßhalb:}$$

$$x = \frac{s^0 \times r^2 \pi h}{360} = r^2 \pi h \times \frac{s^0}{360^0}.$$

Es sei nun $s = 48^0$; $r = 3'\ 2''$ und $h = 10'\ 6''$. Wie groß ist nun x? Antwort: $x = \frac{48 \times 3'\ 2'' \times 3'\ 2'' \times 3,14 \times 10'\ 6''}{360} =$

$$3'\ 2'' \times 3'\ 2'' \times 3,14 \times 10'\ 6'' \times \frac{48}{360} = 10,6 \times 3'2'' \times 3'\ 2'' \times 3,14 \times \frac{2}{15} = \ldots\ldots ?$$

Man findet also den Inhalt des Sectors, wenn man den Inhalt des ganzen Cylinders mit einem Bruch multiplizirt, der die Grade des gegebenen Bogens zum Zähler und 360 zum Nenner hat." So ist ein Sector, dessen Bogen $50^0$ beträgt $= r^2 \pi h \times \frac{50^0}{360} = r^2 \pi h \times \frac{5}{36}$. Ist $r = 4'\ 3''$ und $h = 15'\ 9''$, so ist Sector $=$

$$\frac{4'\ 3'' \times 4'\ 3'' \times 3,14 \times 15'\ 9'' \times 50^0}{360^0} = 4'\ 3'' \times 4'\ 3'' \times 3,14 \times 15'\ 9'' \times \frac{5}{36} = \ldots\ldots \text{Kb.}' ? = \ldots\ldots \text{Kbdm.} ?$$

Wie schwer ist ein solcher Sector aus Marmor, wenn das spez. Gewicht desselben $= 2{,}67$ ist? (1 Kbdm. Wasser = 1 Klgr.)

## Aufgaben.

1) Es sei $r = 5{,}6$ dm.; $d = 14{,}7$ dm.; $p = 28{,}3$ dm., in jedem dieser Fälle der Bogen $69^0\ 14'$, der erste Cylinder $= 80{,}3$ dm., der zweite $45{,}9$ dm. und der dritte $77{,}5$ dm. lang. Wie groß sind diese 3 Sectoren einzeln und zusammen und was kosten sie, wenn man das Kbdm. der Masse mit $8^3/_4$ kr. oder mit 3 Sgr. 6 Pf. bezahlt? Wie schwer sind diese 3 Cy-

linder und die 3 Sectoren, einzeln und zusammen, wenn sie aus einem Metalle bestehen, dessen spez. Gewicht = 7,54 ist?

### c) Der hohle Cylinder.*)

Die hier in Betracht kommenden Gegenstände sind: Röhren, cylindrische Gefäße ꝛc. Es kann nun die Absicht sein, den Raum im Lichten oder das ganze Volumen der Röhre oder auch die Masse und Größe der Wände zu erforschen. Wie das Erste und Zweite zu bewerkstelligen ist, das ist bekannt; die Größe der Röhren-Wände findet man, wenn man vom ganzen Cylinder-Volumen den Raum im Lichten subtrahirt. Nennt man den Halbmesser des ganzen Cylinders R, den des inneren r, so sind die Wände oder der Kubikinhalt des Hohlcylinders $R^2 \pi h - r^2 \pi h = (R^2 - r^2) \pi h = (R + r)(R - r) \pi h$, d. h. in Worten?

1) Setzt man hierin R = 2′, r = 1′ 5″**), so fragt sichs, wie viel der untere Theil der Röhre eines artesischen Brunnens von 1970′ Tiefe zu tragen hat und ob diese Last die rückwirkende Festigkeit***) des Eisens nicht übersteigt, wenn die untere Schicht (1 Centimeter hoch) nach Rennie 7954 Kilogramm tragen kann und das spez. Gewicht des Gußeisens $7^1/_5$ ist? (Es ist natürlich, daß durch die Reibung an den Wänden des Bohrlochs ein großer Theil vom Gewichte der Röhre getragen wird).

2) Wie schwer ist ein russischer Kamin (ein runder Schornstein) aus Backsteinen, wenn R = 1′ 8″, r = 1′ 3″, das spez. der Backsteine = $1^4/_5$ und Schornstein 80′ 7″ hoch ist? (1 Kbdm. Wasser = 1 Klgr. = 2 Pfd.)

3) Wie viel Liter †) Wasser faßt ein Hohlcylinder, dessen innerer

---

*) Hierher gehören auch alle Aufgaben, welche die Ermittelung des Kubikinhaltes runder Thürme, Röhren ꝛc. zum Zwecke haben. Siehe unter den vermischten Aufgaben!

**) Wenn R : r = 4 : 3 oder 2 : $1^1/_2$ ist, so hat der hohle Cylinder die größte Stärke.

***) Die rückwirkende Festigkeit hohler Cylinder ist bekanntlich größer, als die massiver von demselben Gewichte.

†) Ein Liter ist ein Maß, das einen Kubikdezimeter faßt. 10 Liter bilden ein Dekaliter, 100 Liter ein Hektoliter, 1000 Liter = 1 Kiloliter. Der zehnte Theil eines Liters ist ein Deziliter, der hundertste Theil eines Litres heißt Zentiliter. 1 Liter = 1 Flasche; 2 Liter = 1 Maß; $^1/_2$ Liter = 1 Schoppen; 1 Kbd. oder 1 Liter Wasser im Zustande der größten Dichtigkeit = 1 Kilogramm.

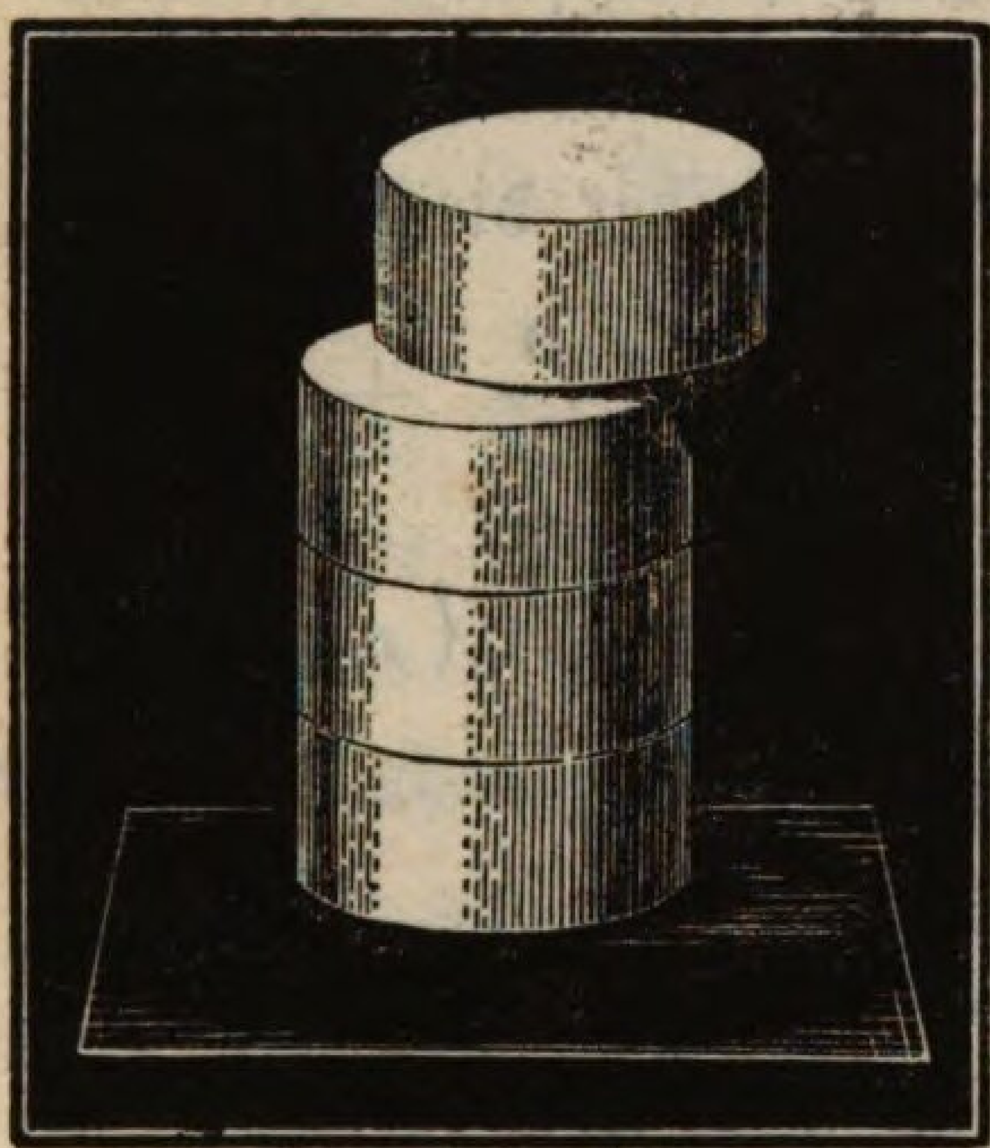
Durchmesser 0,7 M. und dessen Höhe 11,9 M. beträgt und wieviel Klgr. wiegt das Ganze, wenn das Gewicht des Gefäßes 113 Klgr. beträgt.

4) Wie viel Liter würde obiger Cylinder enthalten, wenn sein Halbmesser 0,3′ und seine Höhe 33,75′ betrüge, und wie schwer ist die Flüssigkeit, die er fassen kann, wenn deren spez. Gewicht = 0,985 ist?

### d) Berechnung der Gewölbe.

Die hier vorkommenden Fälle und Aufgaben lassen sich auf die über die Berechnung des Cylinders zurückführen; sie finden deßhalb auch hier ihre Stelle. Da die verschiedenen Gewölbe aus verschiedenen Theilen des Cylinders construirt sind, so wollen wir erst die einzelnen Schnitte des Cylinders betrachten.

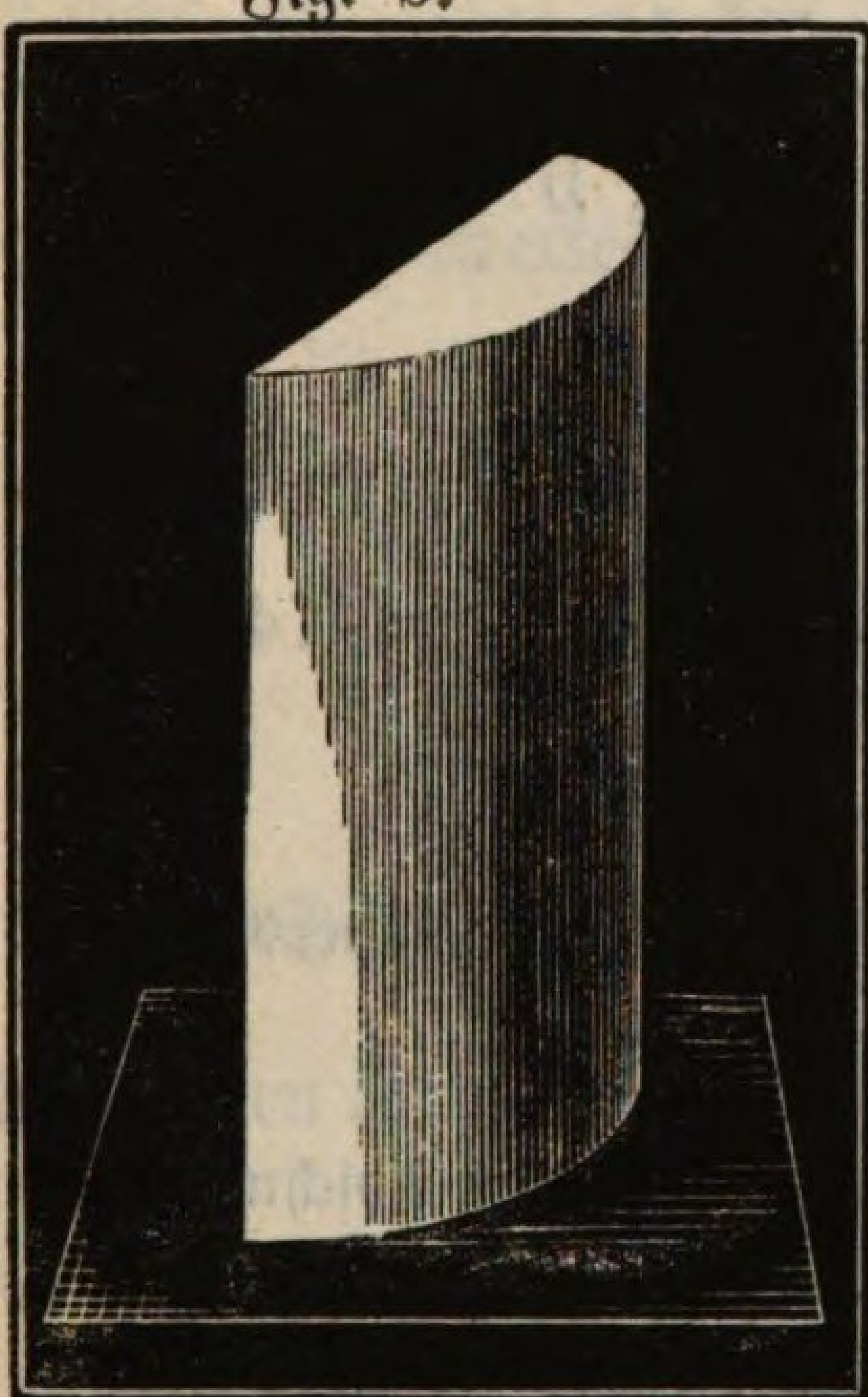
Fig. a.



1) Geht der Schnitt beim senkrechten Cylinder ∥ mit den Grundflächen, also auch senkrecht auf die Achse; so entstehen 2 Cylinder, die dem ganzen ähnlich sind und ebenso, wie er, berechnet werden. Fig. a.

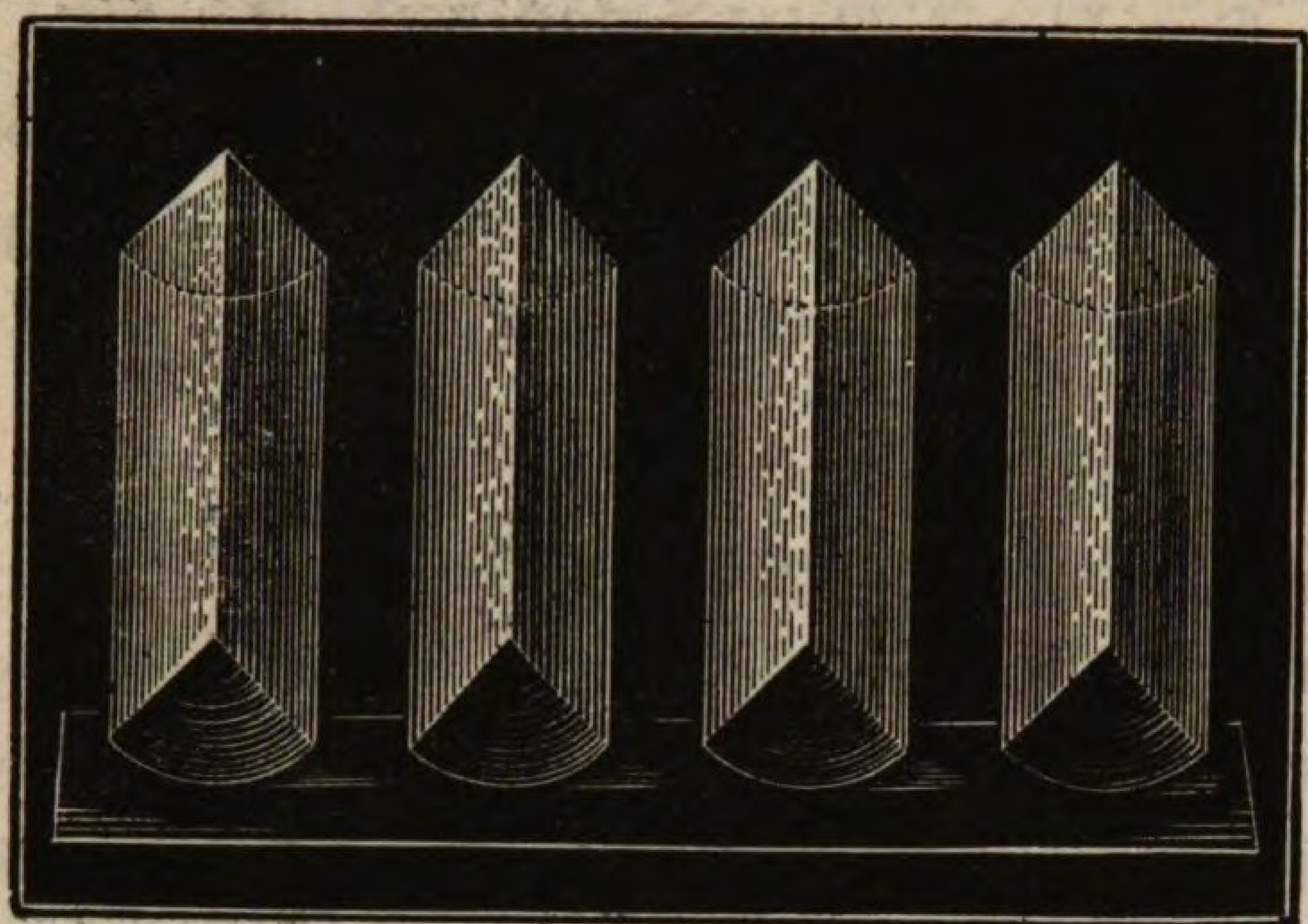
2) Geht der Schnitt schief durch die Achse, also auch schief durch die Seiten; so ist die Schnittfläche eine Ellipse. Hierüber kam das Nöthige vor in §. 35, B., pos. 4 Anmerkung und Fig. 88. Siehe also da!

Fig. b.



3) Geht der Schnitt durch die Achse so, daß er in den Grundflächen Durchmesser bildet; so entstehen 2 Halbcylinder. Der Inhalt eines jeden ist, wenn der Halbmesser r gegeben ist, gleich $\frac{r^2 \pi h}{2}$ und die Oberfläche eines jeden $= \frac{2 r \pi h}{2} + r^2 \pi + 2 r h = r \pi h + r^2 \pi + 2 r h = (\pi h + r \pi + 2 h) r$; d. h. gleich der krummen Seite und den 2 Halbkreisen oder einem Kreise und dem entstandenen Rechtecke. Fig. b.

Fig. c.



4) Kreuzen sich zwei Schnitte, wie sie in pos. 3 beschrieben wurden, rechtwinklig, so entstehen 4 Viertelcylinder. Fig c. Der Kubinkinhalt eines jeden ist: $\frac{r^2 \pi h}{4}$ und ihre Oberfläche gleich: $\frac{2 r \pi h}{4} + \frac{2 r^2 \pi}{4} + r h + r h$, d. h. = der Viertels-Seitenfläche + 2mal der Viertels-Grundfläche (2 Quadranten) + 2 Rechtecken, die den Halbmesser zur Grundlinie und die Höhe des Cylinders zur Höhe haben. Der Ausdruck über die Oberfläche läßt sich indessen noch, wie folgt, zusammenziehen.*) $\frac{r \pi h}{2} + \frac{r^2 \pi}{2} + \frac{2 r h}{2} + \frac{2 r h}{2} = \frac{1}{2} r (\pi h + r \pi + 4 h) = \frac{1}{2} r (\pi [h + r] + 4 h)$ d. h. in Worten?

Anmerkung. Wären alle diese Stücke hohl, so wäre die Art ihrer Berechnung aus §. 35, 4 pos. c. zu ersehen.

5) Schnitte man endlich den Cylinder nach 2 Halbmessern a c, b c und der Achse c e, so entstünde ein Ausschnitt (Sector). Ueber seine Berechnung 2c. siehe das Betreffende unter §. 35, pos. 4, b! —

## Uebungsaufgaben.

Zu pos. 1. Fig. a. 1) Es sei der Halbmesser der Grundfläche = r = 16,8 dm., die ganze Höhe h = 30 dm. und die Schnitthöhe h′ = 14 dm.; wie groß ist

a) die Oberfläche des **unteren, oberen** und **ganzen** und

b) der Kubikinhalt „ „ „ „ „ Cylinders?

---

*) Die Zusammenziehungen und Umwandlungen der in dem Abschnitt über die Gewölberechnung vorkommenden Formeln sollen nur zur Notiz dienen für den Lehrer.

2) Ebenso sei r = 29,8 dm.; h = 99,7 dm.; h' = 48,9 dm.; wie groß sind die genannten Dinge?

Zu pos. 2 Fig. 88. 1) Es sei a o = r = 8' 3"; $\frac{b\ c + a\ d}{2}$ = o p = 34' 7"; wie groß ist

a) die zu berechnende Oberfläche (soweit man dieß hier kann) in □dm.?

b) der Körperinhalt des schief abgeschnittenen Cylinders in Kbdm.?

2) Ebenso sei r = 4' 4"; o p = 66' 3"; wie groß sind die hier noch zu suchenden Stücke in Kbdm.?

Zu pos. 3. Fig. b. 1) Es sei r = 3' 4"; h = 15' 7"; 30' 4"; 49' 1", was ist

a) die Oberfläche und

b) der Kubikinhalt jedes Halbcylinders im Metermaße?

2) Ebenso sei r = 4' 8"; h = 9' 7"; 19' 1"; wie groß ist das zu Suchende im Metermaße?

Zu pos. 4. Fig. c. 1) Es sei r = 6' 5"; h = 24' 5", wie groß ist

a) die Oberfläche und

b) der Kubikinhalt jedes der Viertelcylinder im Metermaße?

Ebenso sei r = 14, 9"; 3' 9"; h = 50'; 60' 2"; wie groß ist das zu Suchende in Metermaße?

Hiernach lassen sich nun über unseren eigentlichen Gegenstand folgende Aufgaben lösen:

I. Den Inhalt des Tonnengewölbes A G D E H F, Fig. d zu finden und zwar a) den seiner inneren Fläche, b) seiner äußeren Fläche, c) seinen inneren Raum, d) sein ganzes Volumen und e) den Kubikinhalt seines Mauerwerkes.

Es sei zu diesem Zwecke A C = R = 12' 4"; B C = r = 10', also A C — B C oder R — r = A B = 2' 4" und D E = G H = K F = 40' 8" = L = h, so ist:

### a) Die innere Fläche.

1) Die innere Fläche des Gewölbes (ohne den Boden A D E F und die beiden Köpfe) $= \frac{2\ r\ \pi\ h}{2} = r\ \pi\ h = \frac{2 \times 10' \times 3{,}14 \times 40'\ 8''}{2}$ $= 10 \times 3{,}14 \times 40'\ 8'' = \ldots\ldots$ □dm.?

Mit dem Boden und den Kopfflächen aber, insofern der Gewölbe-

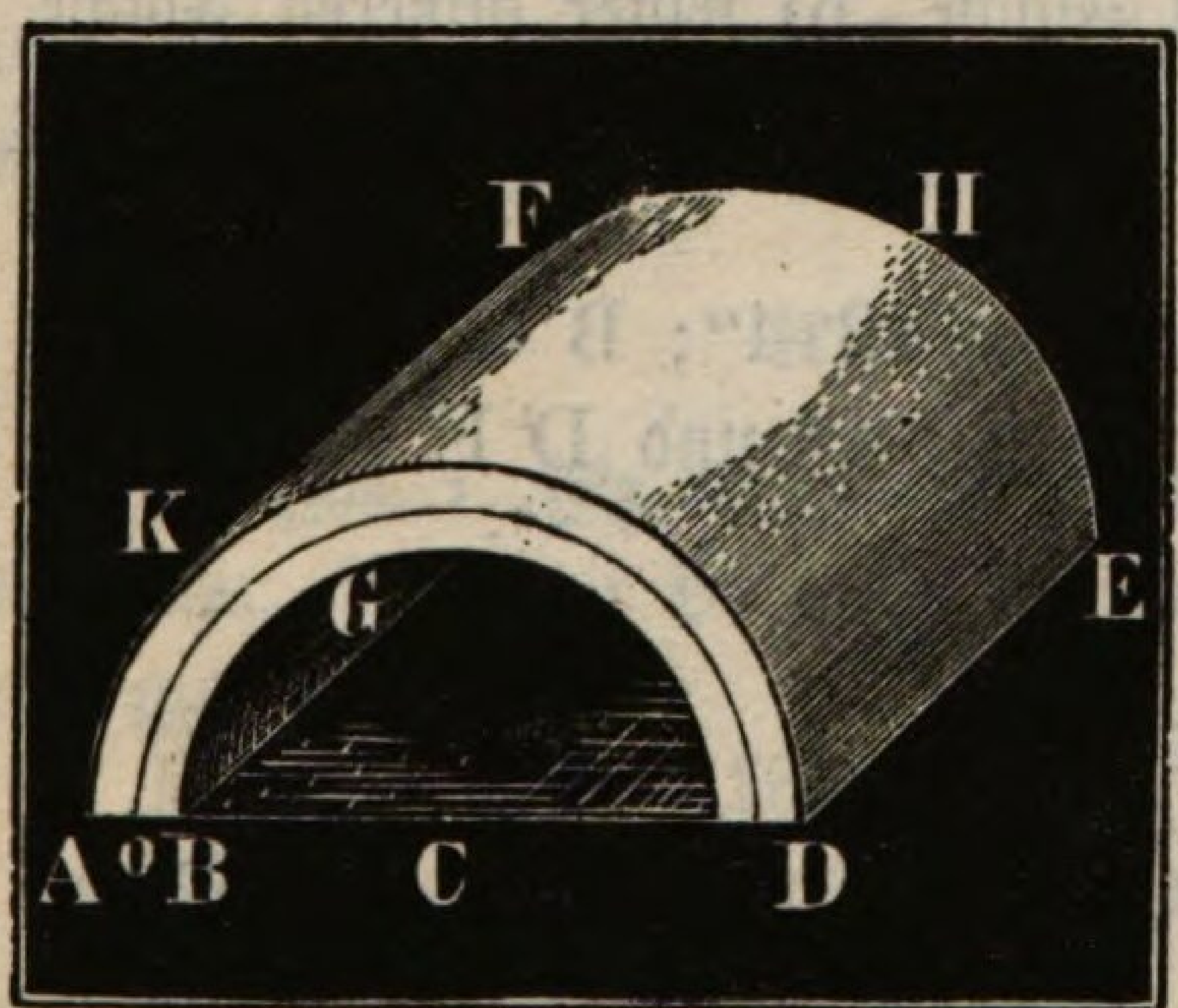
bogen unmittelbar auf dem Boden steht, $= \frac{2\,r\,\pi\,h}{2} + \frac{r^2\,\pi}{2} + \frac{r^2\,\pi}{2} + 2\,r\,h$ d. h. „gleich der inneren Gewölbfläche + dem einen Halbkreis + dem zweiten Halbkreis + der rechteckförmigen Bodenfläche". Dieser Ausdruck läßt sich nun noch, wie folgt, vereinfachen: $\frac{2\,r\,\pi\,h + r^2\pi + r^2\pi + 4\,r\,h}{2} = \frac{2\,r\,\pi\,h + 2\,r^2\,\pi + 4\,r\,h}{2} = r\,\pi\,h + r^2\,\pi + 2\,r\,h = r\,(\pi\,h + r\,\pi + 2\,h) = r\,(\pi\,[h + r] + 2\,h)$. Substituirt man obige Zahlen, so erhält man der Reihe nach folgende Ausdrücke;

$$\frac{2 \times 10' \times 3{,}14 \times 40'\,8''}{2} + \frac{10' \times 10' \times 3{,}14}{2} + \frac{10' \times 10' \times 3{,}14}{2} + 2 \times 10' \times 40'\,8'' =$$

$$\frac{2 \times 10' \times 3,14 \times 40'8'' + 10' \times 10 \times 3,\,14 + 10' \times 10' \times 3,14 + 4 \times 10' \times 40'8''}{2}$$

$= 10' \times 3,\,14 \times 40'\,8'' + 10' \times 10' \times 3,\,14 + 2 \times 10' \times 40'\,8'' = 10'\,(3,\,14 \times 40'\,8'' + 10' \times 3,\,14 + 2 \times 40'\,8'') = 10'\,(3,\,14\,(40'\,8'' + 10) + 2 \times 40'\,8'') = \ldots .$ □'? Wie viel □Meter?

Fig. d.




2) Wie viel betragen folgende Arbeiten: Das Gewölbe und die beiden Kopfwände innen zu verputzen und zu tünchen à □' 2 kr.; der Boden mit Ziegelsteinen zu pflastern à □dm. 1½ kr.?

Es ist, wie bemerkt:

$A\,C = R = 12'\,4''$

$B\,C = r = 10'$

$A\,C - B\,C = R - r = 2'\,4''$

$K\,F = D\,E = 40'\,8''$.

3) Was kostet die Arbeit, wenn das □Meter mit 32 kr., resp. mit 2 fl. 48 kr. oder auch mit 10 Sgr. 8 Pf. beziehungsweise 1 Thlr. 18 Sgr. 10 Pf. bezahlt wird?

b) Die äußere Fläche.

Die äußere Fläche des Gewölbes zu finden, führe man nur R = 12′ 4″ für r in die Rechnung ein. Wie groß ist sie in □dm.?

1) Diese äußere Fläche ist (ohne Kopfwände und Boden): $\frac{2\,R\,\pi\,h}{2}$ $= R\,\pi\,h = 12' \, 4'' \times 3,14 \times 40' \, 8''$ . . . . .? Mit Kopfwänden und Boden wie viel □M.?

2) Was kostet dieses Gewölbe zu übertünchen, wenn man das □dm. mit 1/4 kr. bezahlt? und was kostet es, wenn die Köpfe dazu kommen und für Pflasterung des Bodens à □dm. 2 1/4 kr. bezahlt werden?

3) Wie theuer würde dieses Gewölbe kommen, wenn man das Tünchen per □dm. mit 1 1/4 kr. und das Pflasteru des Bodens per □dm. mit 9 3/4 kr. oder auch mit 3 Pf., resp. mit 2 1/2 Sgr. bezahlt?

c) Der innere Raum.

1) Der innere Raum des Gewölbes ist gleich einem Halbcylinder, der r zum Halbmesser und L = h zur Länge hat. Darum die Formel: $\frac{r^2\,\pi\,h}{2}$

$$= \frac{10^2 \times 3,14 \times 40' \, 8''}{2} = \frac{10' \times 10' \times 3,14 \times 40' \, 8''}{2}$$

= . . . . . . Kbdm.

2) Es sei r = $15{,}_8$ dm.; L = h = $45{,}_{89}$ dm.; wie viel Kbdm. Wasser faßt ein solches Gewölbe und wie schwer ist dieses Wasser, wenn das spez. Gewicht $0{,}_{98}$ gesetzt wird?

Hiernach läßt sich nun auch bestimmen, wie viel Körnerfrüchte, Kaffeebohnen, Mehl 2c. man in ein solches Gewölbe bringen kann.

d) Das ganze Volumen.

Das ganze Volumen des Gewölbes ist gleich einem Halbcylinder, der R zum Halbmesser und L = h zur Länge hat. Darum die Formel:

$$\frac{R^2\,\pi\,h}{2} = \frac{12' \, 4'' \times 12' \, 4'' \times 3,14 \times 40' \, 8''}{2} = \text{Kbdm.?}$$

Das ganze Volumen eines solchen Gewölbes zu wissen, ist nöthig bei Anlagen von Kellern, Viaducten 2c.

e) Der Kubikinhalt der Mauermasse.

Der Kubikinhalt der Mauermasse ist gleich einem halben hohlen Cylinder, der R und r zu Halbmessern und L = h zu Länge hat. Darum die Formel: Kubikinhalt $= \frac{R^2 \pi h}{2} - \frac{r^2 \pi h}{2} = \frac{1}{2}(R^2 - r^2)\pi h = \frac{1}{2}(R + r)(R - r)\pi h.$

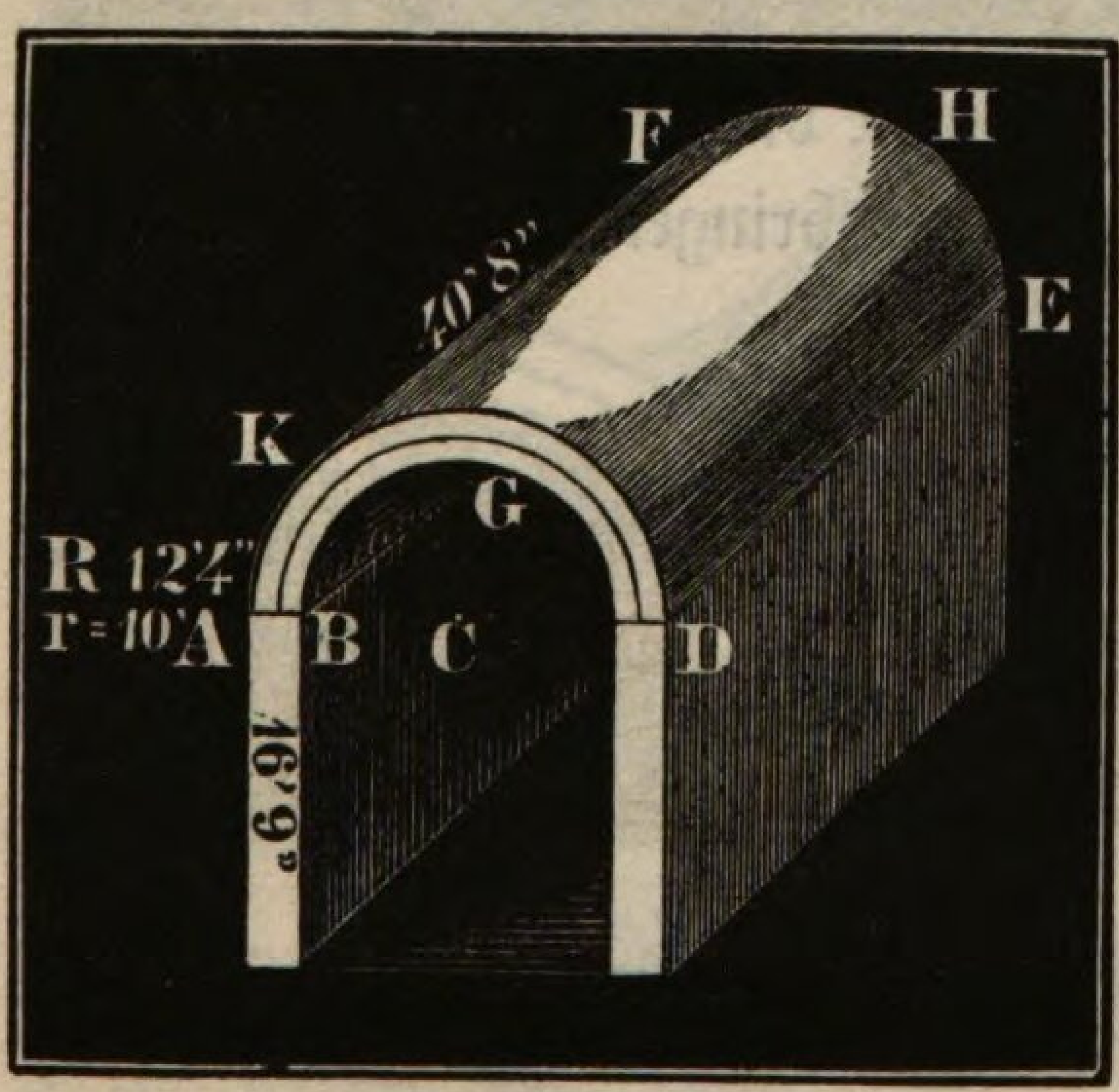
Natürlich sind hier die beiden Endmauern nicht eingerechnet. Nimmt man diese hinzu, so hat man:

$\frac{1}{2}(R^2 - r^2)\pi h + r^2 \pi \times AB$ (wenn die Kopfmauern so dick sein sollen, wie das Gewölbe selbst; ist das nicht, so hat man statt A B oder R — r die gegebene Dicke zu setzen). Man kann diesen Ausdruck so vereinfachen: $\frac{1}{2}(R^2 - r^2)\pi h + r^2 \pi (R - r) = \frac{1}{2}([R + r][R - r]\pi h + 2 r^2 \pi [R - r]) = \frac{1}{2}([R + r]\pi h + 2 r^2 \pi)(R - r) = \frac{1}{2}\pi (R - r)([R + r] h + 2 r^2)$.

I. Was kostet ein solches Gewölbe aus Quadratsandsteinen, wenn das Kbdm. für Material und Arbeitslohn mit 4 kr., dagegen die Endmauern per Kbdm. aus gewöhnlichen Mauersteinen mit $^1/_4$ kr. bezahlt werden?

II. Wenn aber das Gewölbe nicht unmittelbar auf dem Boden, vielmehr auf einer mehr oder minder hohen Sockelmauer steht, wie dieß bei hohen Brückenbogen, Viaducten ꝛc. der Fall ist; so ist der untere, durch die Sockelmauern begrenzte Raum ein Parallelepipedum und alle hier vorkommenden Rechnungen haben dieß zu berücksichtigen.

Fig. e.

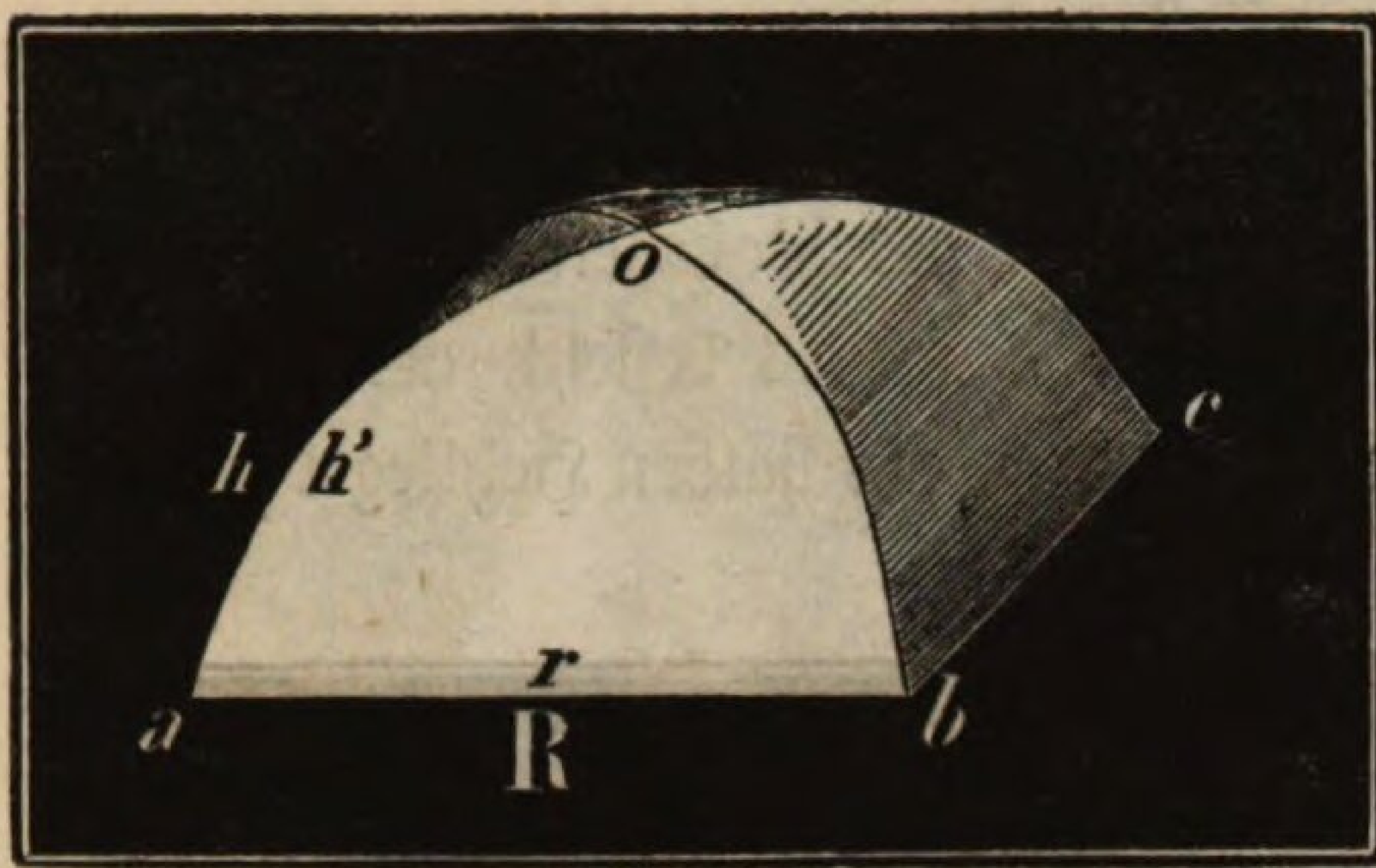



Wie werden sich die fünf vorhin angestellten Berechnungen hier herausstellen, wenn die Sockelmauer, wie angegeben, 16,9' und wie, wenn sie 48,19 dm. hoch ist?

Anmerkung: Man hat überall den in Folge der Zuthat gefundenen Inhalt zu addiren.

Wenn ein Viaduct 24 solcher Bögen hat, wie viel Körperraum wird zu Wohnungen, zu Magazinen, Werk- und Schlafstätten gewonnen werden können?

Fig. f.




III. Ist das Gewölbe ein sogenanntes geschlossenes Kreuzgewölbe, wie in Fig. f., so findet man, da die Basis solcher Gewölbe in der Regel ein Quadrat ist, die verschiedenen Größen, wenn R die äußere, r die innere Quadratseite, h die äußere, h' die innere Höhe (beide nach der Krümmung gemessen) und c die Gewölbdicke ist, wie folgt:

a) Die innere Fläche ist (ohne Basis) $= \frac{r\,h'}{2} + \frac{r\,h'}{2} + \frac{r\,h'}{2} + \frac{r\,h'}{2} = 2\,r\,h'$, wenn man die einzelnen Stücke wie a o b als Dreiecke ansieht und h', wie gesagt, nach der inneren Krümmung mißt.

b) Aus demselben Grunde ist die äußere Fläche $\frac{R\,h}{2} + \frac{R\,h}{2} + \frac{R\,h}{2} + \frac{R\,h}{2} = 2\,R\,h$.

c) Der innere Raum ungefähr gleich $\frac{r^2\,h'}{3}$, d. h. gl. einer Pyramide ꝛc. . . . . .

d) Der äußere Raum oder das ganze Volumen ebenso ungefähr $\frac{R^2\,h}{3}$ und endlich

e) Der Kubikinhalt des Mauerwerks (wieder in annähernder Weise) gleich $\frac{R^2\,h}{3} - \frac{r^2\,h'}{3} = \frac{1}{3}\,(R^2\,h - r^2\,h')$. *)

Es sei R = 45 dm.; r = 39 dm.; h = 54 dm.; h' = 48 dm.;

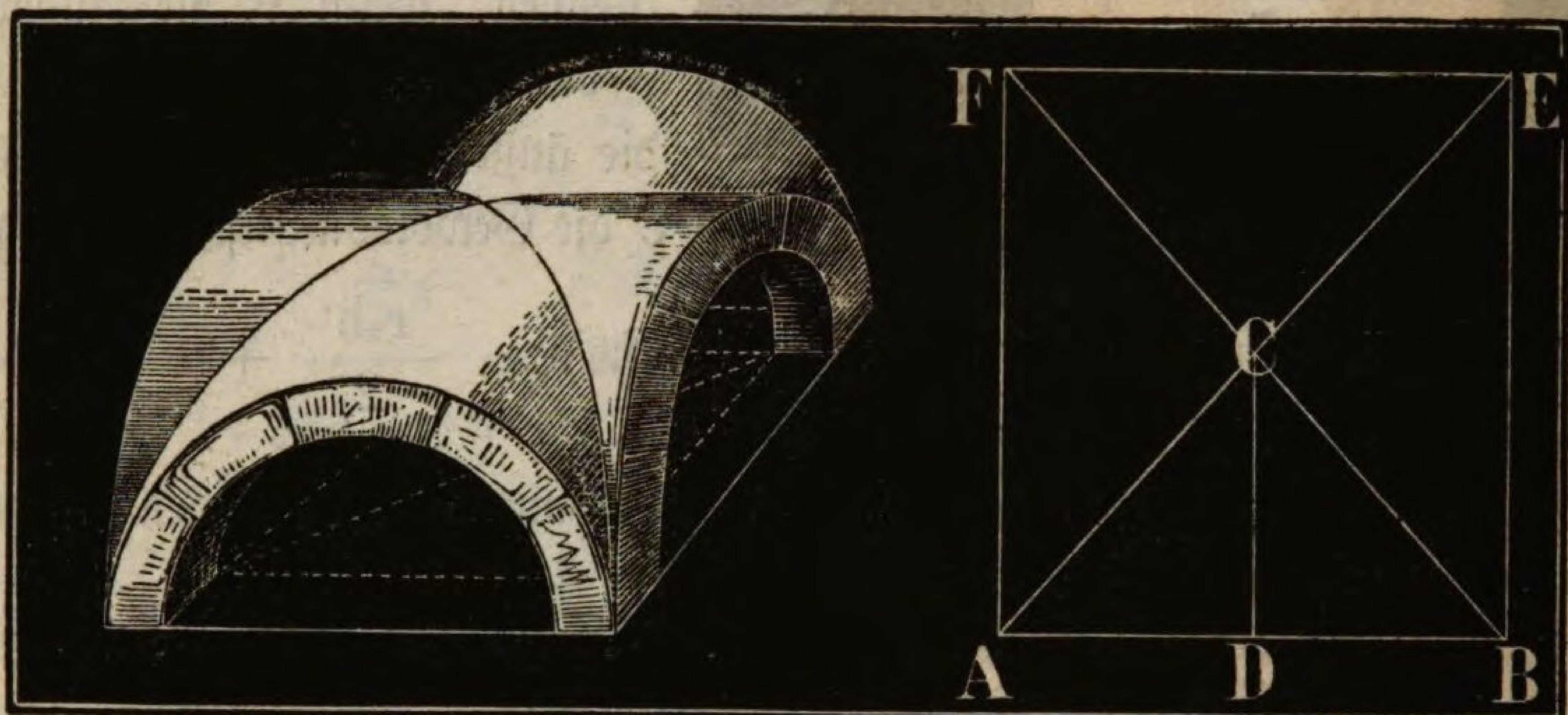
---

*) Die Berechnungsarten a, b, c und d machen, wie angedeutet, keine Ansprüche auf besondere Genauigkeit. — Ebenso würde das Resultat nicht ganz genau werden, wenn man die arithmetischen Mittel zwischen R und r und zwischen h und h' einführte ꝛc.; man kann es indessen ohne merklichen Fehler so machen. Im Gewöhnlichen sind die Resultate genau genug.

wie groß ist a) die innere, b) die äußere Fläche, c) der innere, d) der äußere Raum und e) die Mauermasse?

IV. Ist das Kreuzgewölbe offen, wie in Fig. g, so kommt man bei Berechnung der hier einschläglichen Aufgaben der Wahrheit wohl nahe genug, wenn man jedes der 4 Stücke, aus denen es besteht, als den dritten Theil eines hohlen Halbcylinders oder als halben Hohlkegel ansieht.

Fig. g.




Ist A B = R = 48′, die Mauerdicke = 2,8′; r oder A B minus der zweifachen Mauerdicke = 48′ — 5,6′ = 42,4′ und C D nach der inneren Krümmung gemessen = 27′, nach der äußeren Krümmung gemessen aber = 29′, also C, D, als Mittel aus beiden = $\frac{27 + 29}{2} = \frac{56'}{2} = 28'$; wie groß ist dann

1) die Innenfläche; 2) die Außenfläche; 3) die Mauermasse?

Aufl. zu 1. Innenfläche $= \frac{2\,r\,\pi}{2} \times \frac{C\,D}{2} = \frac{r\,\pi \times C\,D}{2}$.

Aufl. zu 2. Außenfläche $= \frac{2\,R\,\pi}{2} \times \frac{C\,D}{2} = \frac{R\pi \times CD}{2}$.

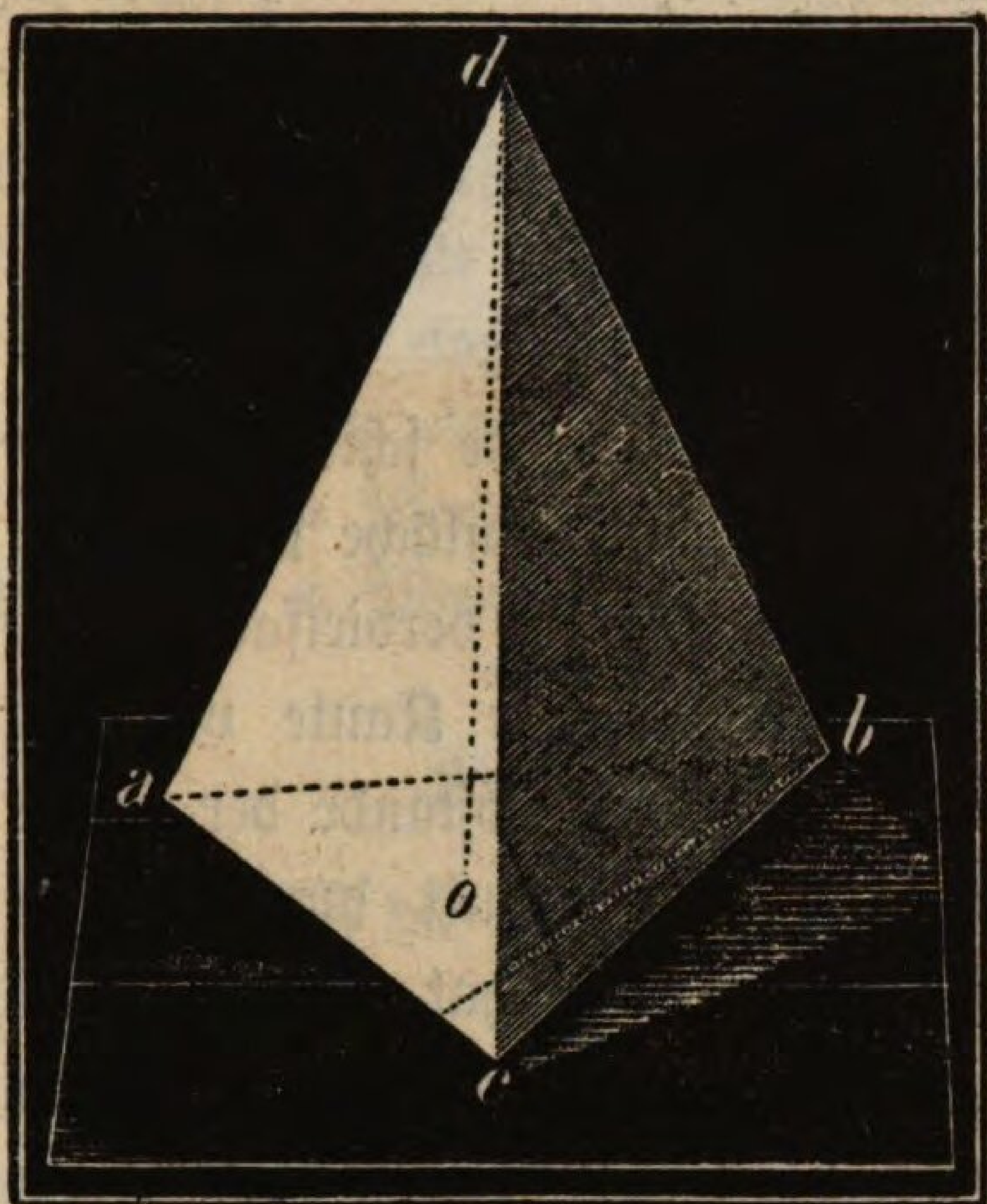
Aufl. zu 3. Der Kubikinhalt ist = der Innenfläche, plus der Außenfläche, die Summe getheilt durch 2 und den Quotienten mit der Mauerdicke multiplizirt. Oder = dem halben Kreisring, multiplizirt mit $^1/_3$ des mittleren C D. $\left(\frac{R^2\,\pi}{2} - \frac{r^3\,\pi}{2}\right)\frac{C\,D}{3} = \frac{CD\,\pi}{6}[R+r][R-r]$.

Was erhält man, wenn man R = 48′; die Mauerdicke = 2,8′; also r = 48 — 2 × 2,8′ = 42,4′; C D = 29′, beziehungsweise 27′ und 28′ in die Formeln unter Aufl. 1, 2, 3 substituirt?

§. 36.

## Die Pyramiden.

Fig. 90.




### 1) Die 3seitige Pyramide.

Fig. 90.

a) Die ganze Pyramide.

Wenn man ein 3seitiges Prisma so von einer obern Ecke an schneidet, daß die Schneidefläche Diagonalen in 2 Seiten bildet, so schneidet man eine 3seitige Pyramide ab. Kehrt man jetzt das bleibende Stück um, so kann man in eben solcher Weise auch noch eine solche Pyramide abschneiden. Diese ist der vorhin abgeschnittenen Pyramide gleich und das bleibende Stück ist auch jedem der abgeschnittenen gleich; „jede ist also der 3. Theil des Prismas.“ *) Die Grundflächen der zwei abgefallenen Pyramiden sind die Grundflächen des Prismas; diese Pyramiden haben auch gleiche Höhe mit dem Prisma. Man sagt darum: „eine Pyramide ist der 3. Theil eines Prismas, mit dem sie gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.“ Wie wird man hiernach ihren Inhalt finden? und was läßt sich auch von dem Verhältniß verschiedener Pyramiden sagen?

1) Um den Inhalt einer Pyramide zu finden, multiplizire man die Grundfläche mit der Höhe und dividire das Produkt durch 3.

2) Pyramiden sind gleich, wenn die Produkte aus ihren Höhen und Grundflächen einander gleich sind; dieß ist aber der Fall:

a) wenn sie gleiche Grundflächen und gleiche Höhen haben,
b) wenn sich die Grundflächen umgekehrt verhalten wie die Höhen;

---

*) Das Ganze vor den Augen des Schülers entstehen zu lassen, ist durchaus erforderlich; man schneide auch einen Würfel und ein 4seitiges Prisma so.

Pyramiden von gleichen Höhen verhalten sich, wie ihre Grundflächen ꝛc. und Pyramiden von ungleichen Grundflächen und Höhen verhalten sich, wie die Produkte der Grundflächen und Höhen. Siehe die 5 Sätze beim Prisma!

## Aufgaben.

### a) Oberflächeninhalt.

Aufgaben dieser Art sind selten. Ist die Pyramide schief, so suche man den Inhalt jeder Seitenfläche und den der Grundfläche und addire das Erhaltene. Ist sie senkrecht und regelmäßig, so vervielfache man eine Kante der Grundfläche mit dem Abstande dieser Kante von der Spitze, ebenso eine Kante der Grundfläche mit dem Abstande der Kante vom Mittelpunkte der Grundfläche, theile jedes Produkt durch 2 und nehme den Quotient so oft, als die Pyramide Seiten hat.

1) Wieviel verdient ein Steinhauer an einem Steine, der die Form einer 3seitigen schiefen Pyramide hat, wenn die Kante a b der Grundfläche = 3′ 4″, die Kante b c = 4′ 7″ und c a = 5′ 9″, ihre Abstände von der Spitze = 12′ 4″; 12′ 7″; 12′ 5″ und der der Kante a b vom gegenüberstehenden Winkel = 3′ 2″ werden soll, und wenn das □dm. zu behauen mit 12 kr. oder auch 3 Sgr. 9 Pf. bezahlt wird?

2) Was kostet ein Stundenzeiger in Form einer 3seitigen regelmäßigen, senkrechten Pyramide, die Grundfläche abgerechnet, anzustreichen, wenn eine Kante der Grundfläche 2,5 dm. und der Abstand von der Spitze 7,8 dm. beträgt, und wenn das □dm. mit 9 Pfg. bezahlt wird?

3) Die 3 Seiten eines 4seitigen Thurmdaches sollen neu mit Schiefer gedeckt werden. Eine Kante an der Unterseite des Thurmdaches ist = 24′ 7″, deren Abstand von der Spitze 54′ 3″. Der Steindecker erhält für Bord, Nägel, Dachhaken, sonstiges Material und Arbeitslohn per □dm. 1¼ kr. oder auch 0,75 Sgr. Was kostet das Ganze?

### b) Körperinhalt.

1) Wieviel Kbdm. hat obiger unter Nr. 1 genannter, behauener Stein, wenn er eine Höhe von 10′ 9″ hat? Was würde die Lieferung an Ort und Stelle betragen, wenn man von dem Kbdm. 40 kr. erhält? Wie schwer ist der Stein, wenn das spez. Gewicht = 2,894 ist?

2) Wäre obiger Stundenzeiger aus Sandstein, so würde der Ankauf wie hoch kommen, wenn seine Höhe 7,2 dm. ist und der Abstand der Grund-

kante vom gegenüberliegenden Winkel = 2,3 dm. und das Kbdm. mit 15 kr. bezahlt wird? Und was kostet der Transport, wenn der Cntr. mit 4 kr. oder auch 1,75 Sgr. bezahlt wird? (1 Cntr. = 100 Pfd.; spez. Gewicht = 2,754,)

3) Wie schwer ist ein Obelisk aus Granit, welcher eine senkrechte 3seitige Pyramide vorstellt, deren Grundkante 18,9 dm. lang ist, wenn der Abstand dieser Kante von der Mitte der Grundfläche 17,7 dm. beträgt, der Obelisk 175,3 dm. hoch und das spez. Gewicht des Granits = $2^1/_2$ ist? Wieviel Pferde oder Menschen wären zu seiner Fortschaffung nöthig, wenn man auf ein Pferd durchschnittlich 700 Kilogramm rechnet, eine Pferdekraft aber gleich 6 Menschenkräften setzt?

## 2) Die 4= und mehrseitige Pyramide.

Wie sich die 3seitige Pyramide zum 3seitigen Prisma verhält, so verhält sich auch die 4=, 5=, 6seitige 2c. zum 4=, 5=, 6seitigen 2c. Prisma. Da man nun den Inhalt dieser Prismen findet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplizirt, so wird man auch den Inhalt der 4=, 5=, 6seitigen 2c. Pyramide finden, wenn man deren Grundfläche mit der Höhe multiplizirt und das Produkt durch 3 dividirt.

### Aufgaben.

#### a) Oberflächeninhalt.

1) Die Kanten an der Grundfläche einer fünfseitigen schiefen Pyramide seien 3′ 5″ (a b), 4′ 6″ (b c), 7′ 2″ (c d), 3′ 4″ (d e), 3′ 8″ (e f); ihre Abstände von der Spitze = 10′ 8″ (o h); 10′ 4″ (o i); 9′ 9″ (o k); 10′ 2″ (o l); 10′ 6″ (o m) und ihre Abstände von einem Punkte x in der Grundfläche = 2′ 9″ (x n); 2′ 6″ (x p); 2′ 8″ (x q); 2, 9″ (x r); 2′ 8″ (x s), so ist die Oberfläche dieser Pyramide:

$$\frac{ab \times oh}{2} + \frac{bc \times oi}{2} + \frac{cd \times ok}{2} + \frac{de \times ol}{2} +$$
$$\frac{ef \times om}{2} + \frac{ab \times xn}{2} + \frac{bc \times xp}{2} + \frac{cd \times xq}{2} +$$
$$\frac{de \times xr}{2} + \frac{ef \times xs}{2}.$$

Es ist also, in obigen Zahlen ausgedrückt, die Oberfläche dieser Pyramide = .... □dm.? Wieviel Gulden kosten ihre 5 Wände anzustreichen, wenn das □M. mit 5,25 Sgr. bezahlt wird?

2) Eine Grundkante a b einer senkrechten regelmäßigen, 6seitigen Pyramide sei 4′ 5″, die Höhe o h = 11′ 9″ und ihr Abstand vom Mittelpunkt x y = 3′ 9″; wie groß ist die Oberfläche einer solchen 6seitigen Pyramide? Antw. $\left(\frac{4' \, 5'' \times 11' \, 9''}{2}\right) \times 6 + \left(\frac{4' \, 5'' \times 3' \, 9''}{2}\right) \times 6 = (4' \, 5'' \times 11' \, 9'') \times 3 + (4' \, 5'' \times 3' \, 9'') \times 3$ oder $(11' \, 9'' + 3' \, 9'') \times 4' \, 5'' \times 3$ oder $(11' \, 9'' + 3' \, 9'') \times 3 \times 4' \, 5''$ d. h. in Worten: Man addire die beiden Abstände, theile das Erhaltene durch 2, vervielfache dasselbe mit der Größe einer Grundkante und nehme das jetzt Entstandene so oft, als Seiten vorhanden sind.

Allgemein ausgedrückt heißt es für die 6seitige Pyramide $\frac{o\,h + x\,y}{2} \times 6\,a\,b$. Wieviel □Meter gibt das? Wieviel Thaler kosten ihre 6 Seiten anzustreichen, wenn □dm. mit $^2/_3$ Pf. bezahlt wird?

3) Wie groß sind die 4 Seiten der großen Pyramide zu Memphis, wenn die Grundkante = 693′ und ihr Abstand von der Spitze = 481′ ist, in □Metern ausgedrückt?

4) Wieviel Kbm. groß würde aber die Oberfläche in □Meter sein, wenn die Pyramide einen würfelförmigen genau passenden Untersatz hätte?

## b) Körperinhalt.

1) Wie groß ist die oben genannte Pyramide zu Memphis, wenn sie 450′ hoch ist, und wenn eine Grundkante = 693′ beträgt?

2) Wie groß ist eine andere 5seitige Pyramide, deren Grundkante 10′ 9″, und deren Höhe 50′ 8″ ist und bei welcher der Abstand der Grundkante von dem Mittelpunkte der Grundfläche = 7,2′ ist?

3) Wieviel Kubikinhalt hat ein regelmäßig sechsseitiger pyramidaler Glockenthurm von 54′ 8″ Höhe, dessen Grundkante 7′ 8″ beträgt und deren Abstand von dem Mittelpunkt der Grundfläche = 6,7549 ist?

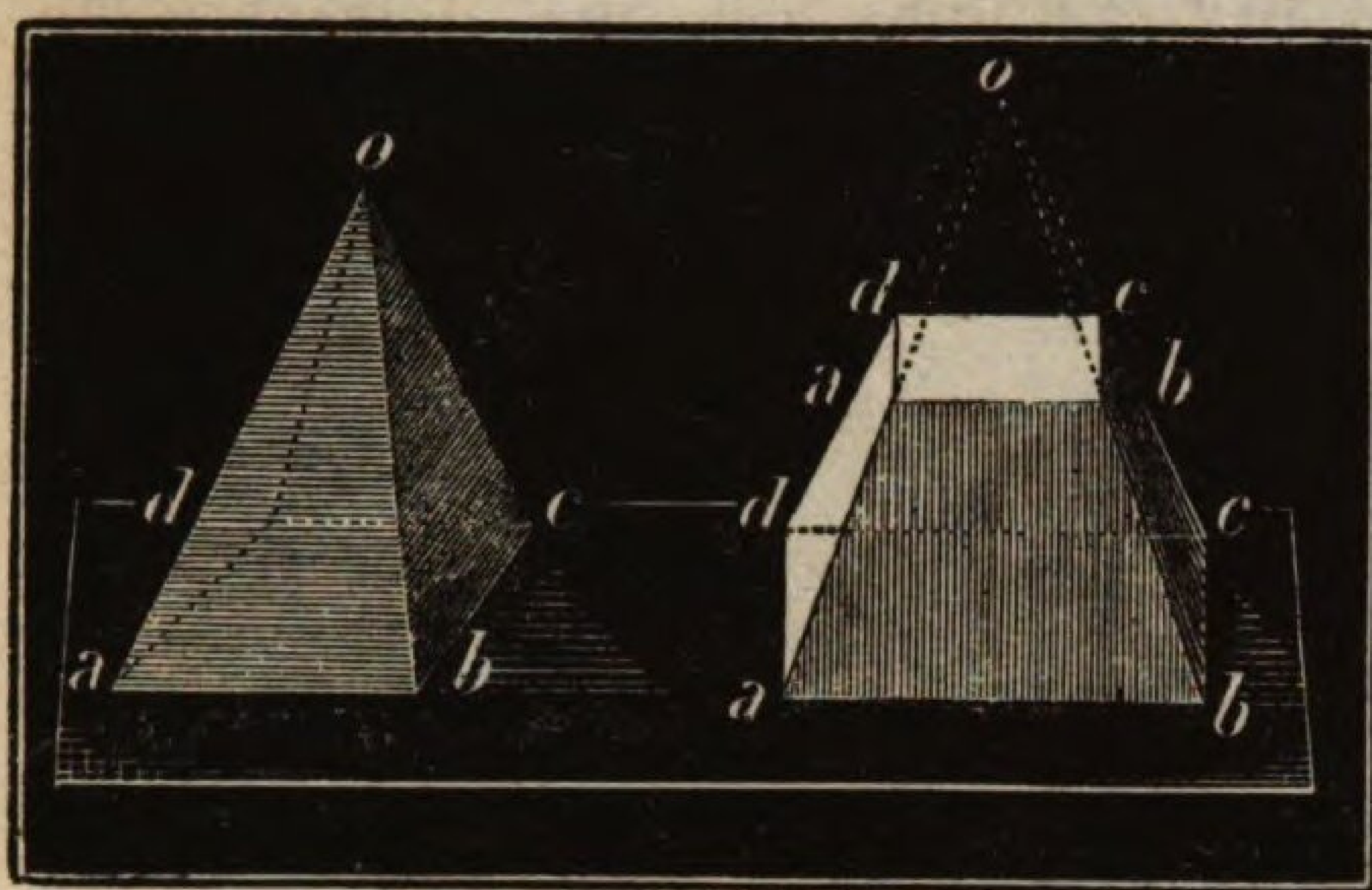
4) Wieviel Kubikinhalt wird er halten, wenn sein prismatischer Untersatz 62′ 8″ hoch ist? — Wie schwer würden die Pyramiden unter Nr. 2, 3 und 4 sein, wenn sie aus einer Masse beständen, deren spez. Gewicht = 1,345; 2,849; 2,75 wäre und wieviel Thaler würden sie einzeln und zusammen kosten, wenn das Kbdm. mit 0,25 kr. bezahlt würde?

5) Wie schwer ist ein Bergkrystall in Klgr. von 9″ Grundkante und $19^3/_4$′ Länge, wenn $10^2/_3$′ auf das zwischen der Doppelpyramide liegende 6seitige Prisma kommen und das spez. Gewicht des Bergkrystalls = $2^7/_{10}$ ist und wenn der Abstand einer wagrechten Kante von der Achse 8′ 5″ beträgt?

b) Berechnung der abgestumpften Pyramide. Fig. 91. u. 92.

Offenbar ist der Inhalt einer abgestumpften Pyramide gleich dem Inhalte der ganzen, weniger dem Inhalte des abgeschnittenen Stückes. Man wird also, um den Inhalt eines Pyramidenstumpfes zu finden, von dem Inhalte der ganzen Pyramide den Inhalt des oberen Stückes abziehen müssen. Wählen wir als Beispiel eine vierseitige, senkrechte Pyramide mit quadratischer Grundfläche; nennen wir ihre Grundfläche $a^2$, also eine Grundkante a, ihre Durchschnittsfläche $b^2$ und eine Kante dieser Fläche b; die Höhe der ganzen Pyramide h, und die Höhe des abgeschnittenen Stückes h′ so ist nach dem Vorigen:

Fig. 91 u. 92.




I. Der Pyramidenstumpf $= \frac{a^2 h}{3} - \frac{b^2 h'}{3}$. Setzt man a = 4′ 5″; b = 2′ 4″; h = 10′ 8″ und h′ = 3′ 5″, so ist

$$\text{Pst.}^{*)} = \frac{4' 5'' \times 4' 5'' \times 10' 8''}{3} - \frac{2' 4'' \times 2' 4'' \times 3' 5''}{3}$$

= . . . . . Kbdm.? Wie viel Zollpfund, wenn das spez. Gewicht der Masse der Pyramide = 4,574 ist?

Ein Anderes ist es natürlich, wenn das obere Stück fehlt. Auf die Höhe des fehlenden Stückes kommt hier Alles an; man findet sie durch folgende Betrachtungen und Schlüsse:

Ein Pyramidenstumpf hat 2 Grundflächen, die eigentliche Grundfläche und den mit ihr parallelen Durchschnitt. Hätte man die Pyramide unendlich nahe der eigentlichen Grundfläche durchschnitten, so wäre aus früher angeführten Gründen der Durchschnitt = der Grundfläche. Hätte man indessen den Durchschnitt möglichst hoch, also in der äußersten Spitze selbst geführt, so wäre er gleich Null. Wir nehmen nun an, die Kante an der Grundfläche der Pyramide sei a = 8 dm.; die Kante am Durchschnitt

*) Pst. = Pyramidenstumpf = P − p.

heiße b = 3 dm.; die Höhe des Stumpfes sei h = 14 dm.; so fragt es sich, wie viel beträgt die Höhe des fehlenden Stückes oder vielmehr die ganze Höhe; denn aus ihr kann ich durch Subtraction der Höhe des Stumpfes die Höhe des oberen Stückes finden. Die Kante der Grundfläche hat von o Höhe bis 14′ Höhe um 8 dm. — 3 dm. = 5 dm. abgenommen. Wie weit ist noch, bis die Abnahme der Grundkante 8 dm. beträgt, bis die Kante also = o ist? Ich finde dieß durch folgenden Ansatz und folgende Berechnung:

Um 5 dm. nahm die Grundkante ab bei 14 dm. Höhe, um 8 dm. bei welcher Höhe?

Zweisatz: 5 dm. — 14
8 ?

$$5 - \frac{14 \times 8}{5} = \frac{112}{5} = 22^2/_5 \text{ dm. Höhe.}$$
1
8

Dreisatz: 5 dm. — 14 dm. — 8 dm.?

$$? = \frac{14 \times 8}{5} = \frac{112}{5} = 22^2/_5 \text{ Höhe.}$$

d. h.

Die ganze Höhe (H) ist $22^2/_5$ dm. Hiervon die Höhe des Stumpfes abgezogen, bleibt $22^2/_5$ dm. — 14 dm. = $8^2/_5$ dm. = h′. Führt man in die Ausdrücke für H die vorstehenden Buchstaben ein, so erhält man $H = \frac{a\,h}{a - b}$ d. h. in Worten?

Man findet die ganze Höhe, wenn man die Grundkante mit der Höhe des Stumpfes multiplizirt und das Produkt durch die Abnahme dividirt.

Annähernd findet man auch den Inhalt einer abgestumpften Pyramide 1) wenn man die beiden Endflächen addirt, die Summe durch 2 dividirt und den Quotienten mit der Höhe multiplizirt;

2) wenn man die beiden Endkanten und, je nachdem die Pyramide eine Seitenzahl hat, auch die Abstände der Kanten von den Mittelpunkten der Grundfläche addirt, die Summen durch 2 dividirt, aus dem Quotienten

den Inhalt einer mittleren Grundfläche sucht und diesen mit der Höhe multiplizirt.

Die Seiten einer abgestumpften Pyramide sind #ltrpz. und werden darum als solche berechnet.

## Aufgaben.

### a) Ueber Oberflächeninhalt.

1) Wieviel Oberflächeninhalt hat die oben beschriebene abgestumpfte Pyramide, wenn der Abstand der Grundkante von der oberen = 15,9 dm. beträgt?

I. Grundfläche = 8 dm. × 8 dm = 64 □dm.; II. Durchschnittsfläche = 3 dm. × 3 dm = 9 □dm.; III. die 4 Seiten = 4 × $\left(\frac{8 \text{ dm.} + 3 \text{ dm.}}{2}\right) \times 15{,}9$ dm. = .... □dm.; I., II. und III. addirt gibt ... □dm. ... □dm.

2) Wieviel □M. Oberfläche würde die große Pyramide bei Memphis haben, wenn die oben aufliegende Platte 33′ 7″ Kante hätte und wenn der Abstand der Grundkante von der oberen Kante $499^7/_{10}$′ betrüge?

3) Eine abgekürzte regelrecht fünfseitige Pyramide hat zur unteren Kante 4,8 M., zur oberen 1,9 M., zur Höhe 6,7 M., der Abstand der Grundkante von der Mitte ist 3,5 M. und der der oberen Kante von der Mitte seiner Fläche 1,47 M., endlich der senkrechte Abstand der Grundkante von der oberen 7,2 M.; wie groß ist a) die ganze Höhe der Pyramide und b) die Oberfläche des Pyramidenstumpfes?

### b) Ueber Körperinhalt.

1) Nach vorstehender Aufgabe I ist P*) = $\frac{8 \times 8 \times 25{,}44\text{**)}}{3}$; p***) = $\frac{3 \times 3 \times 9{,}54}{3}$; folglich ist der Stumpf = Pst. = P — p = $\frac{8 \times 8 \times 25{,}44}{3} - \frac{3 \times 3 \times 9{,}54}{3}$ = ....? Wieviel Kb.′ sind das?

2) Wie groß wäre unter 2 und 3 der Körperinhalt in Kb.′ u. Kbm.?

---

*) Die ganze Pyramide.

**) Da die ganze Höhe = 25,44 dm. ist.

***) Das abgeschnittene Stück.

3) Wieviel Kb.′ Masse hat ein abgekürzt-vierseitig-pyramidenförmiger Schornstein von 80′ 7″ Höhe, wenn die untere äußere und innere Kante 2′ 8″ und 2′ 1″, die obere äußere und innere Kante 1′ 2″ und 9″ beträgt, wieviel Cntr. (à 100 Pfd.) wiegt er, wenn der Backstein $1^4/_5$ spez. Gewicht hat; was kostet er, wenn das Tausend Backsteine 20 fl. kostet, wenn man den Backstein = $1^1/_2$ Pfd. setzt und wenn für Speis 1380 Pfd. abgehen und der Arbeitslohn 7 fl 40 kr. beträgt? Wie schwer ist der ganze Schornstein aber, wenn sein spez. Gewicht 1,32 ist, ein Kdm. = 1 Klgr. = 2 Pfd. Zollgewicht ist?

Anmerkung. Viereckig beschlagene Baumstämme kann man auf eine dreifache Art berechnen, nämlich:

I. Man nehme das arithmetische Mittel aus beiden Grundflächen und multiplizire dieß mit der Höhe oder Länge. Hierdurch erhält man den Inhalt des Stammes zu groß; das kann und soll später erwiesen werden.

II. Man nehme aus der Grundkante und der oberen Kante das arithmetische Mittel, suche hieraus den Inhalt der Grundfläche und multiplizire diesen mit der Höhe; hierdurch erhält man den Inhalt zu klein; jedoch ist der hier entstehende Fehler nur halb so groß, als der bei I. entstehende, was sich auch nachweisen läßt.

III. Man berechnet den Baumstamm als abgekürzte Pyramide; hierdurch erhält man den Inhalt am richtigsten, wie die Berechnung unter III. und die Anmerkung zu III.*) zeigen werden.

---

*) Anmerkung zur dritten Manier:

Setzt man die untere Kante = a = (4′); die obere = b = (2′); die Länge des Stammes = h = (24′) und die Höhe des fehlenden Stückes = h′ = H − h = der ganzen Höhe weniger der Höhe des Stumpfes oder da $H = \frac{a\,h}{a-b}$ ist, also $h' = \frac{a\,h}{a-b} - h$; so ist die ganze Pyramide = $P = \frac{a^2\,H}{3}$; das obere Stück = $p = \frac{b^2\,h'}{3}$, also der Stamm = $\frac{a^2\,H}{3} - \frac{b^2\,h'}{3}$. Hierin ist h′ unbekannt; setzt man nun für h′ den vorstehenden Werth nämlich: $\frac{a\,h}{a-b} - h$; so ist:

$$\frac{a^2\,H}{3} - \frac{b^2}{3} \times \left(\frac{a\,h}{b'} - h\right) = \tfrac{1}{3}\left(a^2\,H - \frac{a\,b^2\,h}{a-b} + b^2\,h\right) = \tfrac{1}{3}$$

$$\left(a^2 H - \frac{a\,b^2\,h + a\,b^2\,h - b^3\,h}{a-b}\right) = \tfrac{1}{3}\left(a^2\,H - \frac{b^3\,h}{a-b}\right).$$ Führt man

Eine Aufgabe nach den 3 Manieren zu berechnen:

Es sei die Grundkante eines Baumstammes 4′, die obere 2′, die Länge 24′; wieviel Kb.′ enthält der Stamm?

I. Manier: Stamm $= \frac{4' \times 4' + 2' \times 2'}{2} \times 24 = 240$ Kb.′ —

II. Manier: $\frac{4' + 2'}{2} = 3'$; $3' \times 3' \times 24 = 216$ Kb.′ —

III. Manier: Um hiernach zu rechnen, muß ich erst die ganze Höhe suchen. Sie ist für unsern Fall nach einer früheren (pag. 97) Formel: $H = \frac{a\ h}{a - b} = \frac{4' \times 24'}{2} = 48$; folglich der Stumpf oder Baumstamm: $\frac{4' \times 4' \times 48'}{3} - \frac{2' \times 2' \times 24'}{3} = 4' \times 4' \times 16' - 2' \times 2' \times 8' = 256 - 32 = 224$ Kb.′ — Wie viel Kbdm. gibt das in den 3 Fällen?

Da im I. Falle der Inhalt zu groß, im II. der Inhalt zu klein ausfiel, der erste Fehler aber doppelt so groß war, als der letzte; so muß der Unterschied in den beiden Resultaten (hier 24′) in 3 gleiche Theile getheilt werden; 2 solcher Theile zieht man vom ersten Resultate ab, einen zählt man zum zweiten Resultat. In beiden Fällen erhält man 224 Kb.′. Eben so viel erhält man aber auch nach der III. Manier; also ist diese die einzig rechte. Man kann indessen nach den anderen Manieren auch das genaue Resultat finden, wenn man Obiges berücksichtigt.

Hier noch folgende Aufgaben:

Die untere Kante eines regelmäßig dreiseitig beschlagenen Baumstammes sei 4′ 6″, ihr Abstand von der gegenüberliegenden Ecke $= 3{,}_{87}'$; die obere Kante sei 2′ 4″, dann ist deren Abstand von der gegenüberliegenden Ecke $= 2{,}_{07}'$; die Länge sei 44′; wie groß ist der Kubikinhalt? —

---

hier 4′ statt a; 2′ statt b und 24′ statt h und 48 statt H ein, so erhält man $\frac{1}{3}\left(4' \times 4' \times 48' - \frac{2' \times 2' \times 2' \times 24}{2}\right) = \frac{1}{3}(768 - 96) = \frac{672}{3} =$ 224 Kb.′ wie oben.

I. $\frac{4' 6', \times 3' 87''}{2} + \frac{2' 4'' \times 2{,}_{07}'}{2} \times \frac{44}{2} = \ldots ?$

II. $\frac{4' 6'' + 2' 4''}{2} \times \frac{3{,}_{87}' + 2{,}_{07}'}{2} \times \frac{44'}{2} =$

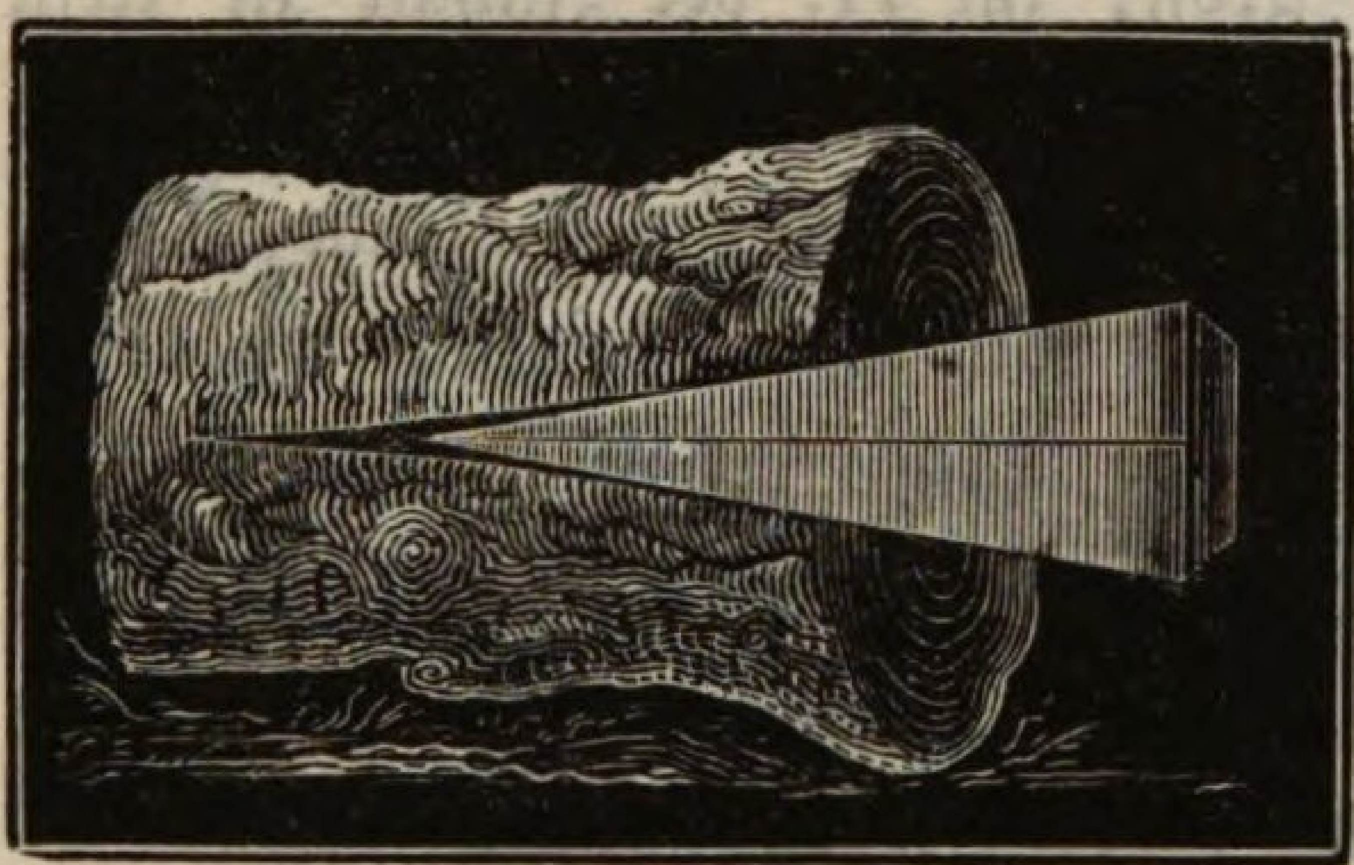
$\frac{3' 5'' \times 2{,}_{97}'}{2} \times \frac{44'}{2} = \ldots\ldots ?$ Wie viel Kbdm. und wie viel ℔, wenn 1 Kbdm. = 1 Klgr. und das spez. Gewicht = 0,82.

Der Unterschied dieser Resultate ist 21 Kb.′ und 120 Kb.″. Wie viel Kbdm.? Theilt man diesen in 3 gleiche Theile, so ist 1 Theil = 7 Kb.′ 400 Kb.″. Dieß zu den ersten Resultaten gibt nahezu ebensoviel, als wenn man ihn 2mal von dem zweiten abzieht.

Die dritte Manier ist eben so gut anwendbar.

### 3) Berechnung des Keiles. Fig. a.

Fig. a.



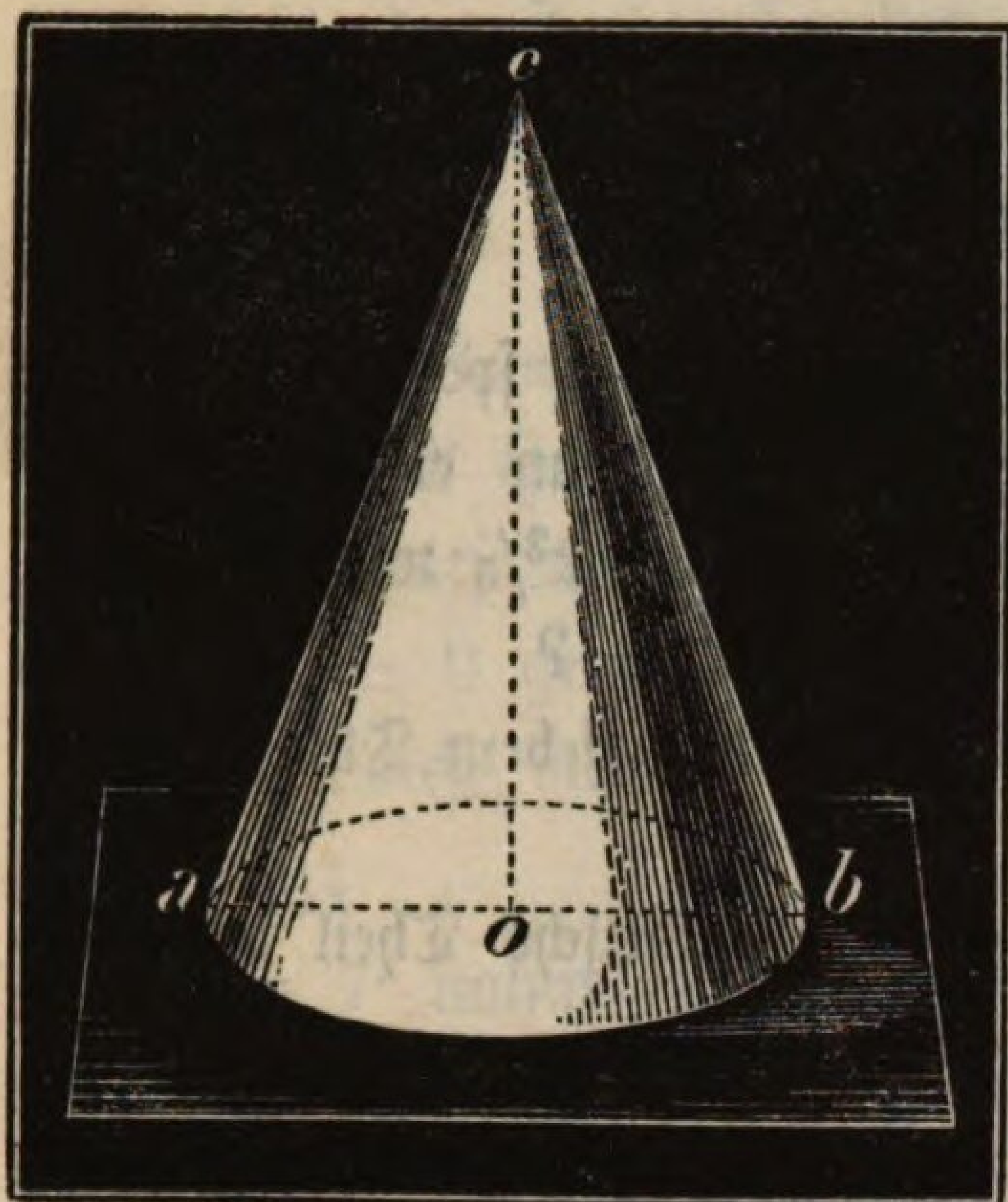
Ist der Keil an der Schneide so breit, wie am stumpfen Ende, so ist er gleich einem halben Parallelepipedum, das sein stumpfes Ende zur Grundfläche und seine Länge zur Höhe hat; ist er aber an der Schneide schmaler als hinten, so ziehe man von den Ecken der Schneide gerade Linien senkrecht nach dem dicken Ende, wodurch er in ein halbes Prisma und 2 vierseitige Pyramiden zerlegt wird. Die Art der Berechnung dieser ist ja bekannt. (Man kann sich behufs zweckmäßiger Anschauung leicht zwei von Holz machen).

### 4) Der Kegel. Fig. 93.

#### a) Der ganze Kegel.

Wie sich die Pyramide zum Prisma verhält, so verhält sich der Kegel zum Cylinder. Er ist auch der dritte Theil eines Cylinders, mit dem er gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat, daher seine Berechnung. Der Halbmesser der Grundfläche des Ke-

Fig. 93.




gels sei r, seine Höhe h, seine Seitenlänge l; wie groß ist die Oberfläche des Kegels, und sein Kubikinhalt? —

a) Oberflächeninhalt $= r^2 \pi + \frac{2 r \pi l}{2} = r^2 \pi + r \pi l$ oder = der Grundfläche + der Seitenfläche.

b) Kubikinhalt $= \frac{r^2 \pi h}{3}$. Wenn nun $r = 4' 2''$, $h = 8' 6''$, $l = 9' 5''$ ist; wie groß ist dann der Oberflächen- und Kubikinhalt in Fußen und Metern?

a) Oberfläche*) $= 4' 2'' \times 4' 2'' \times 3' 14 + \frac{2 \times 4' 2'' \times 3' 14 \times 9' 5''}{2} = \ldots$ Wie viel □dm.?

b) Kubikinhalt $= \frac{4' 2'' \times 4' 2'' \times 3, 14 \times 8' 6''}{3} =$ ..... Wie viel Kbdm.?

Wie groß ist die Oberfläche und der Kubikinhalt im Metermaß, wenn $r = 8{,}4'$; $h = 14{,}5'$ und $l = 16{,}9'$ ist?

## Aufgaben.

### a) Ueber den Oberflächeninhalt.

1) Ein kegelförmiges Thurmdach ist zu decken. Der Saum des Daches ist 24,5 M.; die Entfernung der Dachkante von der Spitze beträgt 32,6 M.; das □M. kostet an Arbeitslohn und sämmtlichem Material zu decken 13 Sgr. Was wird das Ganze kosten? Was würde es kosten, wenn das □dm. mit 4 kr. oder auch 1 Sgr. bezahlt würde?

2) Wieviel Thaler kostet ein Sandsteinkegel anzustreichen, der an der Grundfläche 3′ 9″ Durchmesser und 16′ 7″ Seitenlänge hat, wenn man

*) Nach dieser Berechnungsart für die Oberfläche kann man die krumme Seite eines Kegels ebensowohl als △, dessen Grundlinie gleich dem Umfang der Grundfläche des Kegels und dessen Höhe gleich einer Seite des Kegels ist, als auch als Kreisausschnitt ansehen.

den □′ mit 2 kr. 1 hll. bezahlt? Was kostet er, wenn 1 □dm. mit 1 Pf. bezahlt wird?

### b) Ueber den Körperinhalt.

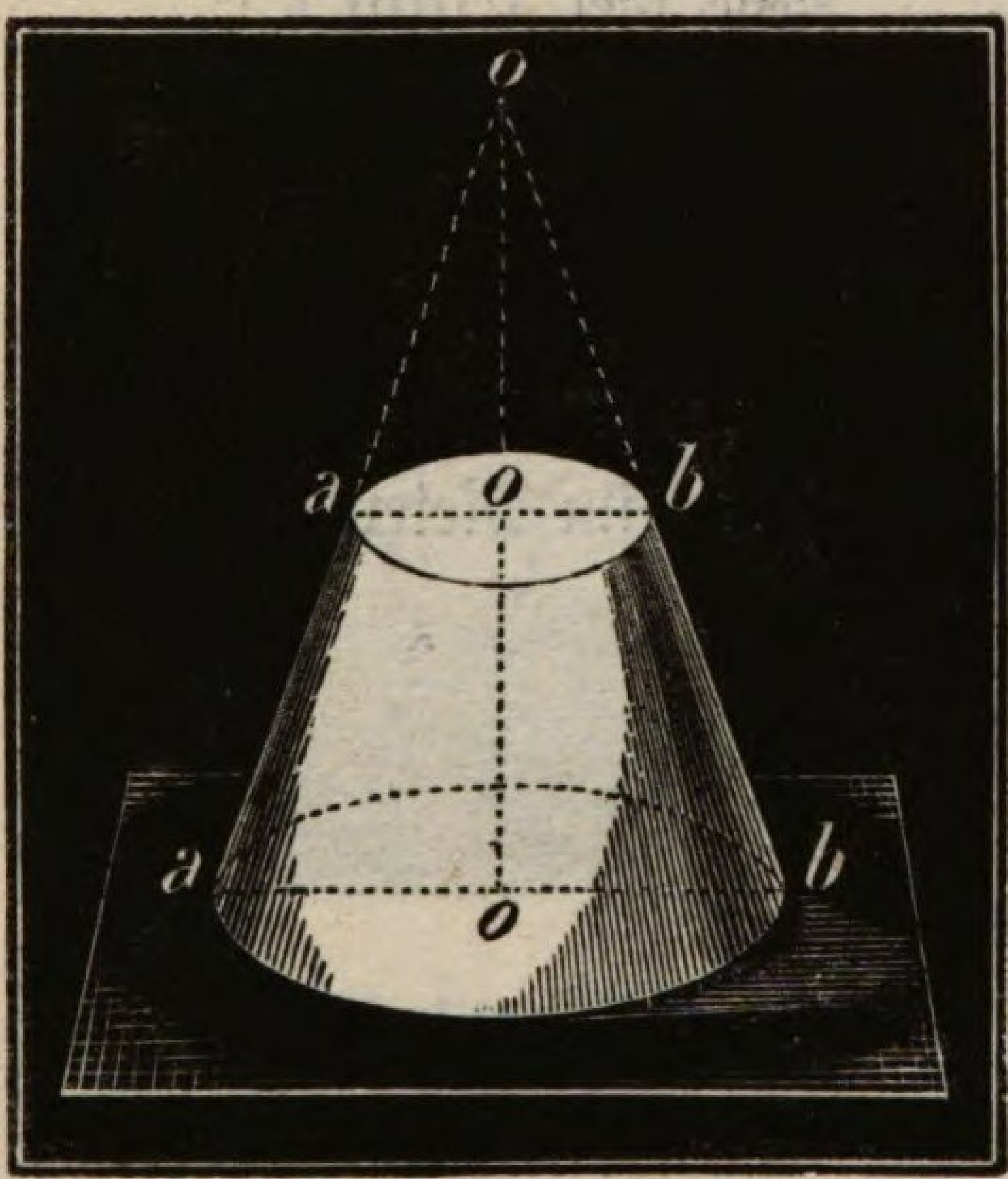
1) Wie schwer ist der soeben genannte Kegel, da das spez. Gewicht des Sandsteins $2^3/_5$ ist, und wie schwer würde er sein, wenn er aus Granit oder Syenit bestünde und deren spez. Gewicht $2^7/_{10}$ und $2^2/_5$ wäre und seine Höhe = 16,5476′ ist. Wie groß ist sein Inhalt in Kbm.?

2) Wieviel Körperinhalt hat der unter Nr. 1 beschriebene Thurm, wenn seine Höhe 17,2115 M. ist?

3) Wieviel Inhalt hat er, wenn der untere cylindrische Theil denselben Durchmesser, aber 122,7 M. Höhe hat?

4) Es sei r = 5′ 6″; d = 9′ 8″; p = 13′ 5″ und in jedem Falle h = 18′ 9″; wie groß sind die Kegel in Kubikfußen und -Metern?

Fig. 94.




b) Der abgekürzte Kegel. Fig. 94.

Hier gilt Alles, was auch von der abgekürzten Pyramide gesagt wurde, nur daß man hier statt Grundkante und obere Kante die Halb- oder Durchmesser der beiden Kreise (das sind ja hier die Grundflächen) in die Rechnung einführt.

1) Es sei z. B. der r der Grundfläche des Stumpfes = a = (3′5″) der r oberen Fläche = b = (2′ 3″), die Höhe des Stumpfes = h = (8′ 4″), die Höhe des ganzen Kegels = H = 24,5 und die des abgeschnittenen Stückes = h′ also = 16,1′; folglich ist $K = \frac{a^2 \pi H}{3}$; das abgeschnittene Stück $= \frac{b^2 \pi h'}{3}$;

$$St. = K. — \text{abgeschnittene Stück} = \frac{a^2 \pi H}{3} - \frac{b^2 \pi h'}{3} = \tfrac{1}{3} \pi \times$$

$(a^2 H - b^2 h')$. Die Oberfläche des Kegelstumpfes ist gleich der des ganzen Kegels weniger der des abgeschnittenen Stückes. Ein anderes ist's, wenn das obere Stück fehlt. Auch hier kommt es sehr darauf an, die Höhe des fehlenden Stückes zu finden. Man findet sie, wie folgt:

2) Es sei der Halbmesser der Grundfläche eines Kegelstumpfes = R = 10′; der Halbmesser des Durchschnitts = r = 3′, also R — r oder u = 7′, und die Höhe des Stumpfes sei h = 24′. Wie groß ist der Kubikinhalt des abgestumpften Kegels?

3) Ist R = 10′ und r = 3′, also R — r = 7′ = u, h aber 24′, so hat von 0′ Höhe bis 24′ Höhe R um 10′ — 3 = 7′ abgenommen, wodurch r entstand. Wie viel hätte der Kegel noch höher werden müssen, damit R = 0 geworden, das heißt, bis R um 10′ abgenommen hatte? Ich finde dieß durch folgenden Ansatz und die damit zusammenhängende Rechnung:

Um 7′ nahm der Halbmesser ab bei 24′ Höhe, bei wie viel Höhe wird der Halbmesser um 10′ abnehmen?

Ansatz: 7′ — 24′
10 — ?

Wenn $7' - \frac{24 \times 10}{7} = \frac{240}{7} = 34^2/_7$. Mithin wäre die ganze
1
10

Höhe des Kegels $34^2/_7{}'$; darum das fehlende Stück $= 34^2/_7 - 24 = 10^2/_7{}'$ hoch. Der ganze Kegel beträgt also:

$\frac{10' \times 10' \times 3,14 \times 34^2/_7}{3}$; das obere Stück ist

$\frac{3' \times 3' \times 3,14 \times 10^2/_7}{3}$; folglich der Stumpf =

$$\frac{10 \times 10' \times 3,14 \times 34^2/_7}{3} - \frac{3' \times 3' \times 3,14 \times 10^2/_7{}'}{3} = ?$$

in Kb′ und Kbdm.?

4) Es seien folgende Kegelstümpfe zu berechnen: Der Durchmesser, Halbmesser, die Peripherie derselben seien

a) unten 5′ 5″; 7′ 8″; 9′ 9″; b) oben 3′ 3″; 4′ 3″; 5′ 7″; die Höhe der Stümpfe sei 20′ 4″; 16′ 3″; 34′ 7″. — Wie groß ist jeder Kegelstumpf und jeder ganze Kegel; was ist jeder werth, wenn er aus Bronze besteht, wenn deren spez. Gewicht $8^1/_2$ ist und das Pfd. mit $14^3/_4$ kr. bezahlt wird? Welches ist der Inhalt der Kegelstümpfe in Kubikmetern? und welches ist ihr Gewicht, wenn 1 Kbdm. = Klgr. und das spez. Gewicht = 0,83 oder 0,75 ist?

Hierhin gehört auch die Berechnung runder Baumstämme. Man kann dieselben ebenso, wie auch die kantig beschlagenen, auf dreierlei Art berechnen:

I. Indem man aus den beiden Grundflächen das Mittel nimmt und dieß mit der Höhe multiplizirt. Hierdurch wird auch das Ergebniß zu groß.

II. Indem man das Mittel aus den Halb- oder Durchmessern oder den Umfängen der beiden Endflächen*) nimmt, hieraus eine neue mittlere Endfläche berechnet und das Ganze mit der Höhe multiplizirt. Hierdurch wird das Ergebniß zu klein. Siehe oben bei der Berechnung des Pyramidenstumpfes!

III. Indem man den Stamm als verkürzten Kegel ansieht. Hierdurch erhält man das richtige Ergebniß.

Folgendes Beispiel, nach den 3 Manieren gerechnet, wird dieß zeigen:

Es sei $R = 3$, $a = 1$; also $R - r = 2'$, $h = 17,'$ H also, wie leicht zu finden ist, $25^1/_2{}'$ und mithin $H - h = h' = 25^1/_2 - 17' = 8^1/_2{}'$.

I. Manier: $\frac{3' \times 3' \times 3,14 + 1' \times 1' \times 1'\,3,14}{2} \times 17 = ?$

II. Manier: a) $\frac{3' + 1'}{2} = 2$, also $2' \times 2' \times 3,14 \times 17 = ?$

b) $\frac{6 + 2}{2} = 4$, also $\frac{4' \times 4 \times 3,14 \times 17}{4} = ?$

III. Manier: Der ganze Kegel $= \frac{3' \times 3' \times 3,14 \times 25^1/_2}{3}$; das fehlende Stück $= \frac{1' \times 1' \times 8^1/_2}{3}$; also $Ks = K - k = \ldots ?$

Wie viel Kb' und Kbdm. in den 3 Fällen?

In die Formel für den abgestumpften Kegel könnte man nun ebensowohl den Durchmesser oder die Peripherie, als auch den Halbmesser ein-

---

*) Man könnte auch die Umfänge öfter, etwa alle 2' Länge, messen, aus ihnen das arithmetische Mittel suchen 2c. Offenbar wird das genauer, als wenn man bloß 2mal mißt.

führen, wornach sich zwar diese 3. Rechnungsmanier in 3 untergeordnete schied; immer würde man indessen dasselbe Resultat erhalten.

c) Die krumme Seitenfläche des abgestumpften Kegels.*)

Die krumme Seitenfläche des abgestumpften Kegels ist gleich der Seitenfläche des ganzen Kegels, weniger der krummen Seitenfläche des obern Stückes. Nennt man den Halbmesser der Grundfläche $= R = (4')$, den des Durchschnitts $= r = (2^1/_2')$, die Seite des Stumpfes $= s = (10')$, so ist die Seite S des ganzen Kegels nach mehr entwickelten Gründen $= 26^2/_3$; folglich die Seitenfläche des ganzen Kegels $= \frac{2 \times 4' \times 3' 14 \times 16^2/_3}{2}$; die Seite des obern Stückes $= \frac{2 \times 2^1/_2 \times 3,14 \times 16^2/_3}{2}$; folglich die krumme Seite des Stumpfes $= \frac{2 \times 4' \times 3,14 \times 26^2/_3}{2} - \frac{2 \times 2^1/_2 \times 3,14 \times 16^2/_3}{2} = \ldots?$

Wie viel □' und wie viel □dm.?

Uebungsaufgaben.

Was kosten die unter b Nro. 4a beschriebenen Kegelstümpfe zu vergolden, wenn man vom □' 3 fl. 16 kr. oder vom □dm. 8 Sgr. bezahlt?

§. 37.

## Die Kugel. Fig. 95.

Fig. 95.



### 1) Die ganze Kugel.

Was die Kugel ist, und wie sie entsteht, wurde oben erklärt. Man kann sich auch denken, sie bestehe aus einer sehr großen Anzahl von Kegeln oder Pyramiden, die alle mit ihren Spitzen im Mittelpunkte der Kugel liegen, und mit ihren Grundflächen die krumme Oberfläche der Kugel bilden. Die krumme Oberfläche wird insofern den Grundflächen aller

*) Diese krumme Seitenfläche stellt, aufgerollt, eine Figur dar, die man, ohne großen Fehler zu machen, als ein Parralleltrapez ansehen kann, dessen Parallelseiten die Peripherie p und P oder 2 r $\pi$ und 2 R $\pi$ und dessen Abstand

dieser Kegel oder Pyramiden, und der Halbmesser der Kugel wird der Höhe eines solchen Kegels oder einer solchen Pyramide gleich sein. Da man nun den Inhalt eines Kegels findet, indem man die Grundfläche mit der Höhe multiplizirt und das Produkt durch 3 theilt; so wird man den Inhalt aller dieser Kegel finden, wenn man die Summe aller Grundflächen (Oberfläche der Kugel) mit der Höhe eines Kegels (Halbmesser der Kugel) multiplizirt und das Produkt durch 3 dividirt. Zugleich findet man hiernach den Inhalt der Kugel. Darum ist der Inhalt einer Kugel gleich seiner Oberfläche, multiplizirt mit dem Halbmesser, getheilt durch 3, oder multiplizirt mit $1/3$ Halbmesser oder $1/6$ Durchmesser ꝛc. Man muß also, um den Inhalt einer Kugel zu finden, die Größe ihres Halb= oder Durchmessers und ihrer Oberfläche kennen. Die Größe der Kugeloberfläche ist aber in folgender Art von der Größe des Halb= oder Durchmessers der Kugel abhängig: Wenn man eine Kugel in der Mitte spaltet, so kommt an jeder Halbkugel ein Kreis zum Vorschein, den man größten Kreis der Kugel nennt. Seine Größe hängt, wie die eines jeden Kreises, von seinem Halb= oder Durchmesser ab. Der Halb= oder Durchmesser eines dieser Kreise ist aber der Halb= oder Durchmesser der Kugel; also ist die Größe dieses Kreises auch durch die Größe des Kugel=Halb= oder Durchmessers bestimmt. Nun ist aber die krumme Oberfläche einer jeden Kugel 4mal so groß, als die Fläche eines ihrer größten Kreise; mithin ist auch die Oberfläche einer Kugel durch ihren Halb= oder Durchmesser bestimmt.

Anmerkung. Daß man in all den Betrachtungen der Kreise ebensowohl die Peripherie, als auch den Halb= oder Durchmesser einführen könnte, bedarf deßhalb schon kaum der Erwähnung, weil auch durch sie Halb= oder Durchmesser und mithin auch der Kreisinhalt be=

---

(Seite des Kegels) etwa = s ist. Folglich ist die krumme Seite $(2 R \pi + 2 r \pi) \frac{s}{2} = (r \pi + R \pi) s = (r + R) \pi s$ oder, indem man den Durchmesser setzt: $(d \pi + D \pi) \frac{s}{2} = \frac{1}{2} \pi (D + d) s$. Setzt man die Peripherie selbst, so hat man $\left(\frac{p + P}{2}\right) \times s = \frac{1}{2} s (P + p) = \frac{s}{2} (P + p)$.

stimmt ist. Jedoch soll die Peripherie in einigen Beispielen eingeführt werden:

### a) Berechnung der Oberfläche einer Kugel.

Nach dem Vorhergehenden ist die Kugeloberfläche:

I. $= r^2 \pi \times 4$ oder II. $= \frac{d^2 \pi}{4} \times 4 = d^2 \pi$; da aber $d = \frac{p}{\pi}$ so ist auch

III. $= \left(\frac{p}{\pi} \times p\right) = \frac{p^2}{\pi}$, d. h. in Worten: Die Oberfläche einer Kugel ist gleich dem Inhalt des größten Kreises $\times$ 4; oder sie ist gleich dem Quadrate der Peripherie, dividirt durch die Verhältnißzahl. *)

1) Es sei r = 3′ 4″, wie groß ist O (Oberfläche)?

Nach Formel I. = 3′ 4″ × 3′ 4″ × 3, 14 × 4 = 145 □′ 19 □″ 36 □‴ = ... □dm. —

Nach Formel II. = 6′ 8″ × 6′ 8″ × 3, 14 = 145 □′ 19 □″ 36 □‴. —

Nach Formel III. = 21′ 3″ 5″ 2$^{IV.}$ × 21′ 3″ 5‴ 2$^{IV.}$ : 3, 14 = 145 □′ 19 □″ 36 □‴. —

2) Es sei d = 18′ 9″, wie groß ist r, p, q **) und die Oberfläche, letztere in Quadratmetern?

3) Es sei p = 24,7 M.; wie groß ist d, r, q und O in □′?

4) Was kosten die Kugeln zu vergolden, wenn man den □′ mit 3 fl. 54 kr. oder das □M. mit 24 fl. 18 kr. oder auch mit 10 Thlr. 10 Sgr. bezahlt?

### b) Berechnung des Kubikinhalts der Kugel.

Setzt man die Oberfläche der Kugel = O, so ist der Kubikinhalt einer jeden Kugel $= \frac{O \times r}{3}$ oder $\frac{O \times d}{3 \times 2}$ oder $\frac{O \times P}{3 \times 2\pi}$. ***) Setzt man

---

*) Hiernach verhalten sich die Kugeloberflächen wie die Quadrate der Halbmesser, Durchmesser oder Peripherien $= r^2, d^2, p^2$, d. h. in Worten.

**) q = dem Inhalt eines größten Kreises.

***) Je nachdem man r, d oder p in Rechnung einführt.

aber statt O das ihm gleiche $4\ r^2\ \pi$ oder $d^2\ \pi$ oder $\frac{P^2}{\pi}$; so hat man $K = \frac{4\ r^2\ \pi\ r}{3} = \frac{4\ r^3\ \pi}{3} = \frac{d^2\ \pi}{3} \times \frac{d}{2} = \frac{d^3\ \pi}{6} = \frac{P^2}{\pi} \times \frac{p}{6\ \pi} = \frac{p^3}{6\ \pi^2}$; d. h. der Kubikinhalt einer Kugel ist gleich der Oberfläche derselben, multiplizirt durch den Halbmesser, dividirt durch 3; oder multiplizirt mit dem Durchmesser und dividirt durch 6, oder multiplizirt mit der Peripherie, getheilt durch $6\ \pi$. Ist nun, wie vorhin bemerkt, $r = 3'\ 4''$; d also $6'\ 8''$; $p = 21{,}_{35}'$; so wäre hiernach:

I. Kugel $= \frac{4 \times 3'\ 4'' \times 3'\ 4'' \times 3,\ 14 \times 3'\ 4'}{3} =$ Kb.' = ....Kbdm.?

II. Kugel $= \frac{6'\ 8'' \times 6'\ 8'' \times 6'\ 8'' \times 3,\ 14}{6} =$ Kb.' = ....Kbdm.?

III. Kugel $= \frac{21{,}_{35}' \times 21{,}_{35}' \times 21{,}_{35}'}{6 \times 3,\ 14 \times 3,\ 14} =$ Kb.' = ....Kbdm.?*)

### Anmerkung.

Aus der Art, wie man die Kugel berechnet, folgt auch, wann Kugeln gleich sind, nämlich: wenn sie gleiche Halb- oder gleiche Durchmesser oder gleiche Peripherien haben. Kugeln aber, die das nicht haben, die also ungleich sind, müssen sich verhalten, wie die Würfel der Halb-, Durchmesser oder Peripherien. (Berechnung der Planeten!)

## 2) Die Kugelmütze oder Kugelkappe und Kugelzone.**)

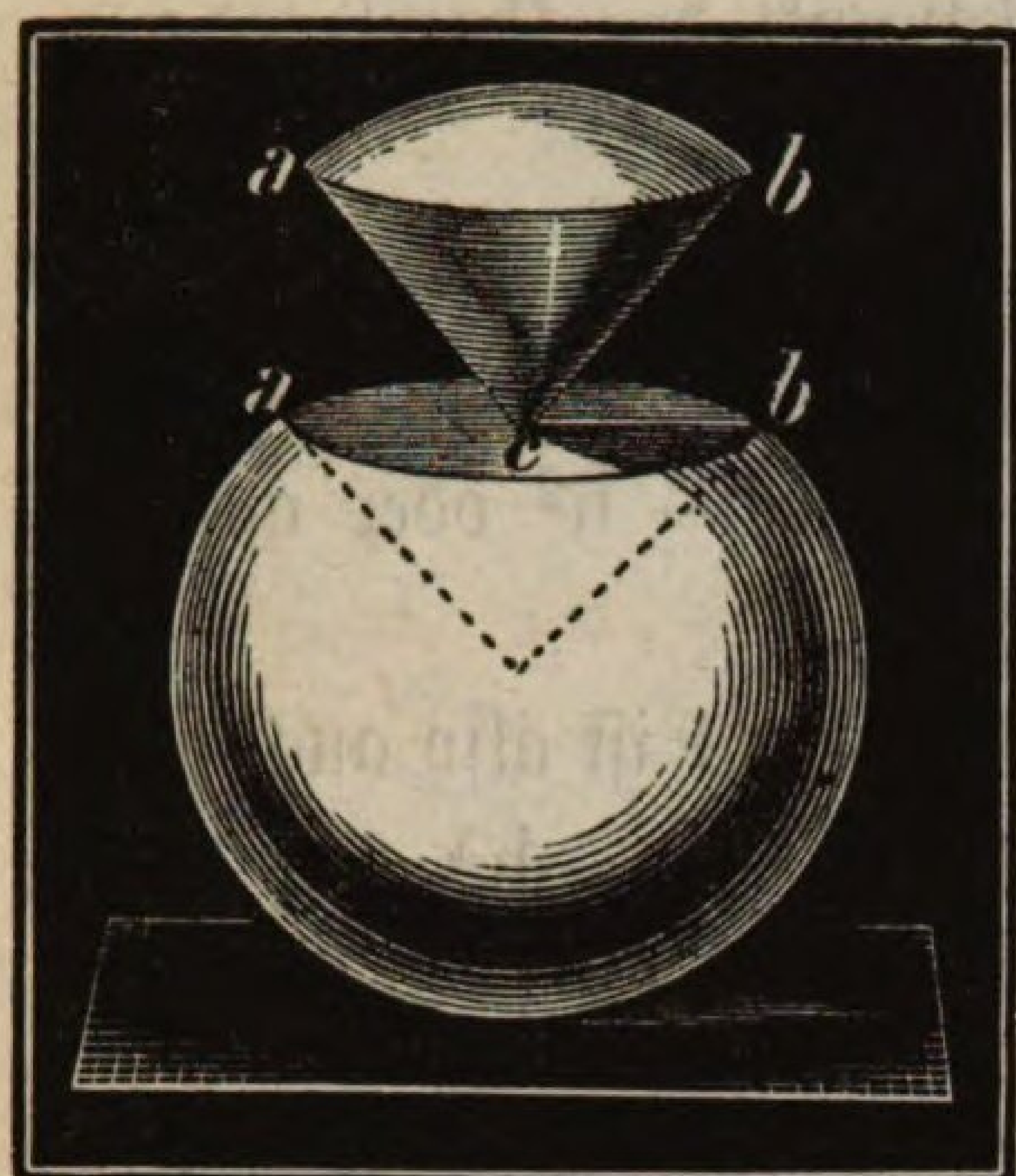
### Erklärungen.

1) Kugelmütze oder Kugelkappe (Calotte) heißt der Theil einer Kugeloberfläche, der nur von einem Kreise der Kugel begrenzt oder

*) Wie man eine hohle Kugel berechnet, bedarf keiner weiteren Auseinandersetzung.

**) Wem dieses Kapitel nicht nöthig oder auch nicht praktisch genug erscheint, der kann es ja übergehen. Eine in geeigneter Weise geschnittene Kugel veranschaulicht indessen Alles leicht.

Fig. 96.




eingeschlossen wird. Ist dieser Kreis ein größter Kreis der Kugel, so ist die Calotte = der halben Kugeloberfläche.

2) Kugelzone heißt der Theil einer Kugeloberfläche, der von zwei Parallel-Kreisen auf der Kugel begrenzt wird.

3) Jede Kugelzone wird zur Kugelmütze, wenn der eine der beiden Begrenzungs-(Parallel-)Kreise = 0 wird.

4) Jeder Kreis auf einer Kugeloberfläche theilt diese in zwei Kugelkappen. Diese sind untereinander gleich, wenn die sie trennende oder, wenn man lieber so sagen will, die sie begrenzende Kreisperipherie die eines größten Kreises der Kugel ist; ist sie das aber nicht, so sind die Kugelkappen ungleich.

5) Jede Kugelzone ist gleich dem Unterschiede der zwei Kugelkappen, die durch denselben Kreis auf der Kugel gebildet werden. Ihre Höhen sind zusammen = 2 r = d.

6) Grundfläche einer Kugelmütze heißt derjenige Kreis, dessen Peripherie die Kugelmütze begrenzt.

7) Höhe einer Kugelmütze ist der Abstand ihres Scheitels vom Mittelpunkte ihrer Grundfläche. Man nennt diese Höhe in der Regel h. Ist h = r, so ist die Kugelmütze gleich der halben Kugeloberfläche.

8) Die Höhe einer Kugelzone ist gleich dem Durchmesser der Kugel, weniger der Höhen der sie begrenzenden Kugelmützen.

### a) Oberfläche der Calotte und Zone.

1) Nennt man den Halbmesser der Kugel = r und die Höhe der Calotte = h, so ist aus Gründen, die hier nicht genug entwickelt werden können, die Fläche der Kugelmütze oder

I. $C = 2\, r\, \pi\, h$. Setzt man hierin $h = r$, so ist:

II. $C = 2\, r\, \pi\, r = 2\, r^2\, \pi$ = der halben Kugeloberfläche.

2) Nennt man den Halbmesser des Kreises, der die Grundfläche der Calotte bildet, $r_{,,}$ so ist diese Grundfläche:

III. $G = r_{,,}^2\, \pi$. Folglich ist die ganze Oberfläche der Calotte:

IV. $C + G = 2\, r\, \pi\, h + r_{,}^2\, \pi$.

Wie man leicht sieht, ist in Fig. 96:

a) $a c^2 = a o^2 - o c^2$ (o ist der Mittelpunkt der Kugel) oder:

b) $r_,^2 = r^2 - o c^2$ — Es ist aber:

c) $o c = r - h$ (wenn h die Höhe der Calotte ist). Also ist:

d) $o c^2 = (r - h)^2 = r^2 - 2 r h + h^2$ Dieses in Gl. b subst.

e) $r_,^2 = r^2 - r^2 + 2 r h - h^2 = 2 r h - h^2$ oder auch:

f) $r_,^2 \pi = 2 r \pi h - \pi h$ d. h. in Worten?

Die ganze Oberfläche einer Kugelmütze oder C + G ist also auch gleich $2 r \pi h + 2 r \pi h - \pi h^2 = 4 r \pi h - \pi h^2 = (4 r - h) \pi h$.

3) Aus Gründen, die hier gleichfalls nicht hinreichend erläutert werden können, ist die Fläche der Kugelzone oder

V. $Z = 2 r \pi h$. Ist $h = 2 r$, so ist

VI. $Z = 2 r \pi h \times 2 r = 4 r^2 \pi h$ = der ganzen Kugeloberfläche.

4) Will man die ganze Oberfläche der Kugelzone finden, d. h. auch die zwei sie begrenzende Kreise, so muß man deren Halbmesser besonders bezeichnen, etwa mit $r_,$ und $r_{,,}$. — Es ist dann, wenn man die Fläche des einen Kreises mit Q und die des anderen mit Q′ bezeichnet:

VII. $Z + Q + Q' = 2 r \pi h + r_,^2 \pi + r_{,,}^2 \pi$. —

### Uebungsaufgaben.

1) Wie groß ist eine Calotte, wenn h = 71,33 und r = 860 Meilen ist? (Kalte Zone)

2) Wie groß ist die Grundfläche der Calotte, wenn r = 342,92 Meilen ist?

3) Wie groß ist unter diesen Verhältnissen die ganze Oberfläche der Kugelmütze?

4) Wie groß ist die Kugelzone, wenn h = 445,75 und r = 860 Meilen ist?

5) Wie groß sind die beiden, sie begrenzenden Kreise, wenn $r_,$ = 342,92 und $r_{,,}$ = 788,67 und h = 445,75 Meilen ist?

6) Wie groß sind die Umfänge der Kreise (von den Halbmessern $r_,$ und $rr_{,,}$)?

## b) Der Kubikinhalt des kegelähnlichen Kugelausschnittes, oder des Kugelsektors und des Kugelabschnittes.

Erklärungen. Legt man durch eine Kugel eine Ebene, so wird sie in 2 gleiche oder ungleiche Kugelabschnitte oder Segmente getheilt.

Gleich sind diese Abschnitte, wenn die Schnittebene durch den Mittelpunkt der Kugel geht; im Gegentheile sind sie ungleich; jedenfalls ergänzen sie sich aber zu einer ganzen Kugel. Beide Abschnitte haben eine gemeinsame Basis, nämlich den Durchschnittskreis. Ihre Höhen machen in Summa den Durchmesser einer Kugel aus. Ist die Höhe des einen Segmentes $= h$, so ist die andere etwa $h' = 2 r - h$ oder auch $d - h$. —

1) Wie die ganze Kugel ein Inbegriff von unendlich kleinen Kegeln ist, die mit ihrer Spitze im Mittelpunkte der Kugel liegen und deren unendlich kleine Grundflächen die Oberfläche der Kugel bilden, so ist auch der kegelähnliche Kugelausschnitt oder Kugelsektor a b c, Fig. 96, gleich der Calotte, mal r und getheilt durch 3; also, wenn man den Kubikinhalt dieses Sektors kurz mit K S bezeichnet,

$$\text{VIII. } K S = 2 r \pi h \times \frac{r}{3} = \frac{2 r^2 \pi h}{3}. \text{ Es ist aber:}$$

$$\text{IX. } \frac{2 r^2 \pi h}{3} = \frac{r^2 \pi}{3} \times 2 h \text{ oder auch } r^2 \pi \times \frac{2 h}{3}.$$

Also ist K S = einem Kegel, dessen Grundfläche gleich einem größten Kreis der Kugel und dessen Höhe gleich der doppelten Höhe der Calotte ist.

2) Den Kubikinhalt des Kugelabschnittes oder Segmentes a b d*), Fig. 96, findet man, wenn man von dem Inhalt des kegelähnlichen Sektors den des Kegels a c b, Fig. 96, selbst abzieht. Es ist darum, wenn man den Kubikinhalt dieses Segmentes kurz mit K S, bezeichnet:

$$\text{X. } K S, = \frac{2 r^2 \pi h}{3} - \frac{a c^2 \pi \times c o}{3}. —$$

### c) Der Kubikinhalt der Kugelzone.

1) Da die Kugelzone gleich dem Unterschiede zweier Kugelkappen von derselben Basis ist (vergl. Erklärung 5!), so ist der Kubikinhalt der Kugelzone auch gleich dem Unterschiede des Körperraumes zweier Kugelsegmente. Man wird also den Kubikinhalt einer Kugelzone finden, wenn man den Kubikinhalt der kleineren Kugelkappe von dem der größeren subtrahirt.

---

*) d stehe in der Mitte am oberen Rande zwischen a und b.

2) Aus Gründen, die hier nicht hinreichend erläutert werden können, ist der Kubikinhalt eines Kugelsegmentes von der Höhe h

$$\text{XI. } K S, = r \pi h^2 - \frac{\pi h^3}{3} = \frac{3 r \pi h^2 - \pi h^3}{3} = \frac{\pi h^2}{3} (3 r - h).$$

3) Nennt man nun die Höhe des andern Segmentes h′, so ist der Kubikinhalt der Kugelzone

$$\text{XII. } K K Z = \frac{\pi h^2}{3} (3 r - h) - \frac{\pi h'^2}{3} (3 r - h').$$

Setzt man hierin h oder auch h′ = o, so wird h′ oder h = 2 r (Erklärung 5); so ist:

$$\text{XIII. } K K Z = \frac{\pi \times 2 r \times 2 r}{3} (3 r - 2 r) = \frac{4 r^3 \pi}{3} = \text{dem Inhalte der Kugel.}$$

### Uebungsaufgaben.

1) Wie groß ist ein Kugelabschnitt (Segment) dessen r = 860 und dessen h 71,33 Meilen ist?

2) Wie groß ist der kegelähnliche Ausschnitt (Sektor) a b c Fig. 96 wenn r = 860 und h auch = 71,33 ist?

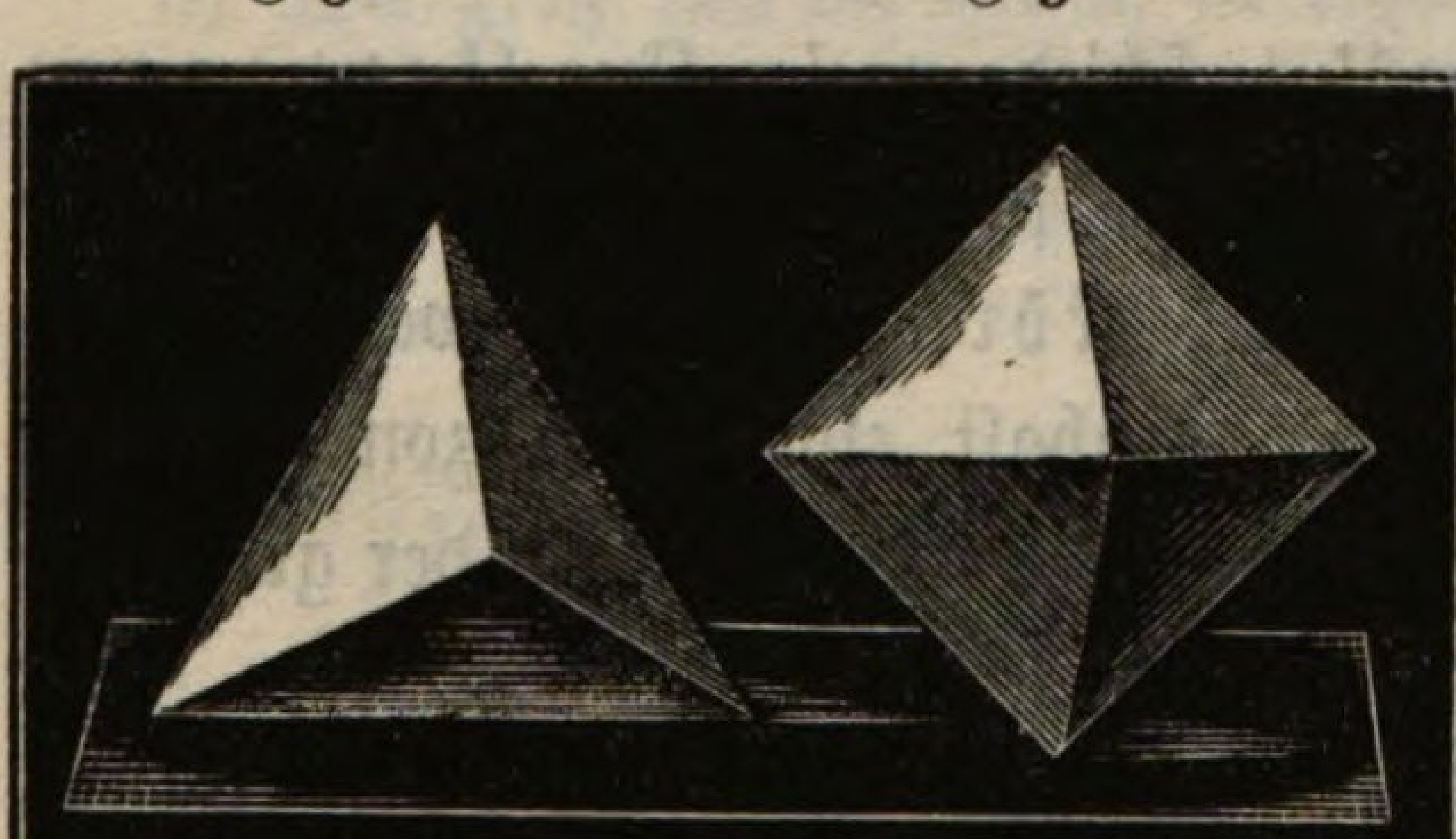
3) Wie groß ist unter diesen Umständen der Kegel a b c?

4) Wie groß ist der Kubikinhalt der Kugelzone, wenn r = 860; h = 931,33; h′ = 788,67 Meilen ist? und wie groß, wenn h = 1263,75 und h′ = 456,25, r aber = 860 Meilen ist?

## §. 38.

## Die regelmäßigen Körper oder die sogenannten Vielflache.

Fig. 97. Fig. 98.



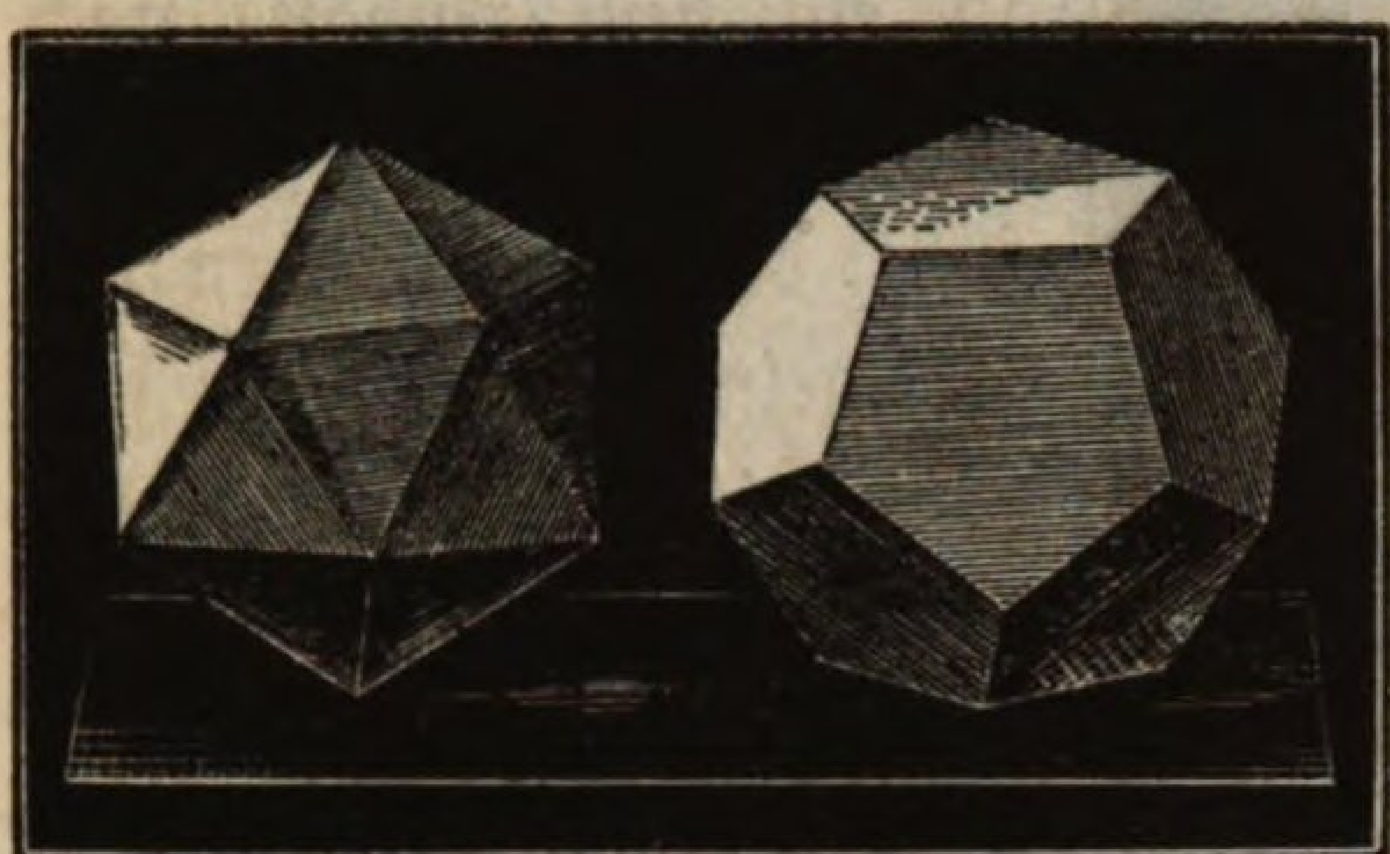
1) Das regelmäßige Vielflach (Tetraëder) wird berechnet, wie eine 3seitige Pyramide; seine Oberfläche läßt wegen der Gleichheit der Seiten noch eine Abkürzung in der Berechnung zu; welche? Fig. 97.

2) Die Berechnung des

Sechsflachs des Würfels (Hexaëder) ist oben angeführt worden. Fig. 52.

3) Das regelmäßige Achtflach (Octaëder) wird berechnet, wie eine 4seitige Doppelpyramide, nur daß bei seiner Oberflächenberechnung von keiner Grundfläche die Rede sein kann. Fig. 98.

Fig. 100. Fig. 99.



4) Das regelmäßige Zwölfflach (Dodekaëder) besteht aus 12 5seitigen Pyramiden, die mit der Spitze im Mittelpunkte liegen. Seine Berechnung stützt sich daher auf die der 5seitigen Pyramide. Fig. 99.

5) Ebenso besteht das Zwanzigflach (Ikosaëder) aus 20 gleich großen 3seitigen Pyramiden, woraus sich auch seine Berechnung ergibt. Fig. 100.

## Uebungsaufgaben.

1) Wieviel □M. Oberflächeninhalt hat ein Vierflach, wenn die Größe einer Kante 8′ 4″ und ihr Abstand von der gegenüberliegenden Spitze 6′ 3″ beträgt?

2) Wenn der Abstand der Grundfläche von der Spitze (Höhe) = 5′ 9″ ist, wieviel Kubikmeter?

3) Die Kante eines würfelförmigen Kastens ist 4′ 5″ groß, was kostet derselbe anzustreichen, wenn das □dm. mit 1½ kr. bezahlt wird?

4) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Octaëders, wenn eine Grundkante der beiden Pyramiden 4′ und die Höhe einer jeden 3′ 4″ beträgt?

5) Wieviel Liter Mehl faßt ein Kasten, welcher die Form eines Zwölfflachs hat, wenn eine Kante im Lichten = 2′ 8″ ist und eine Flächenachse im Lichten 4′ 6″, also die Höhe einer jeglichen 5seitigen Pyramide 2′ 3″ beträgt und der Abstand einer Fünfeckseite von der Mitte des Fünfecks = 1,93 beträgt?

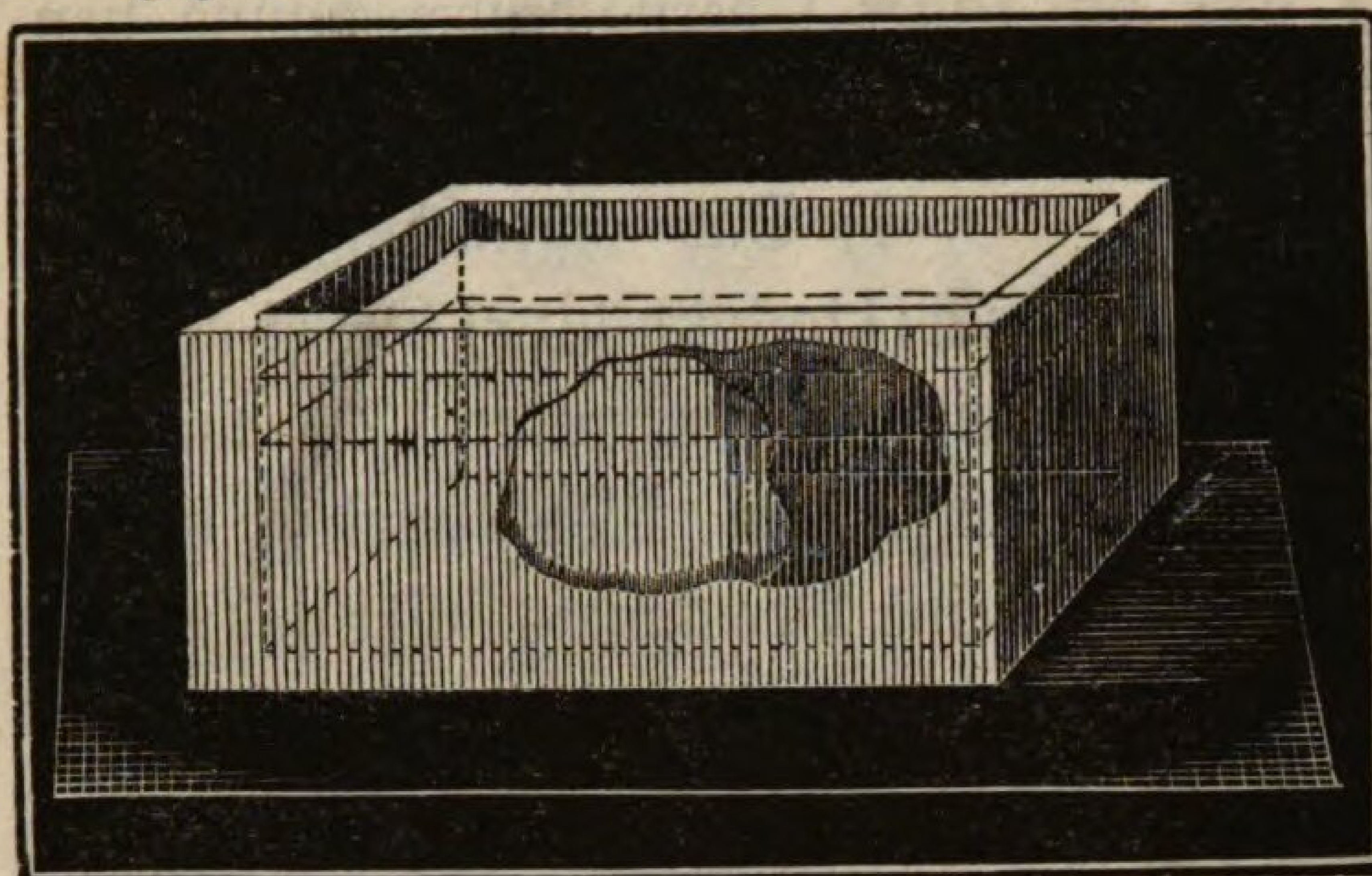
6) Die Kante eines Zwanzigflachs hat eine Größe von 1′ 7″, ihr Abstand von dem gegenüberliegenden Winkel ist = 1,47′, eine halbe Flächenachse eine Größe von 2′ 5″. Wieviel wird der Kubikinhalt dieses regelmäßigen Körpers in Kubikmetern betragen?

Weitere Aufgaben über diese Körper einzeln und in Verbindung mit einander siehe im Anhang bei den vermischten Aufgaben.

§. 39.

## Ganz unregelmäßige Körper. Fig. 101.

Fig. 101.



Ganz unregelmäßige Körper bringt man zum Behufe ihrer Berechnung in ein dem Inhalte nach leicht berechenbares Gefäß, füllt den Raum, den der unregelmäßige Körper frei läßt, mit Wasser, mit trockenem Sande oder Oel oder Spiritus aus, je nachdem der zu untersuchende Körper ist. Mißt man jetzt das Ganze, sowie das, dessen man zur Ausfüllung bedurfte, zieht dies Letztere vom Ersteren ab, so hat man den Inhalt des unregelmäßigen Körpers.

§. 40.

## Gefäßmessung.

Die hier in Betracht kommenden Gefäße sind etwa folgende:

Eimer, Züber, Gießkannen, Fässer, Wannen (Badewannen), die Fruchtgefäße.

Fig. 102.

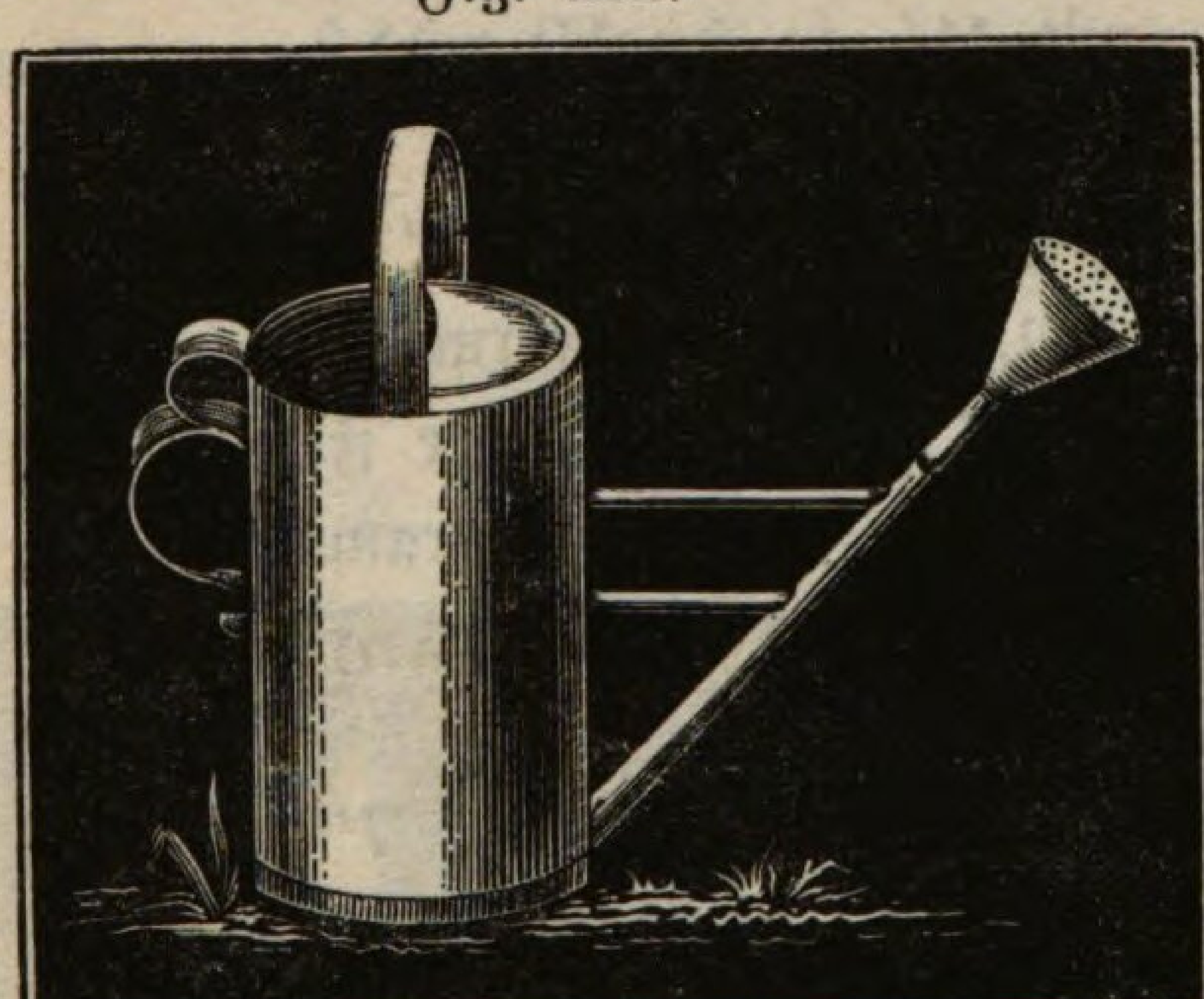
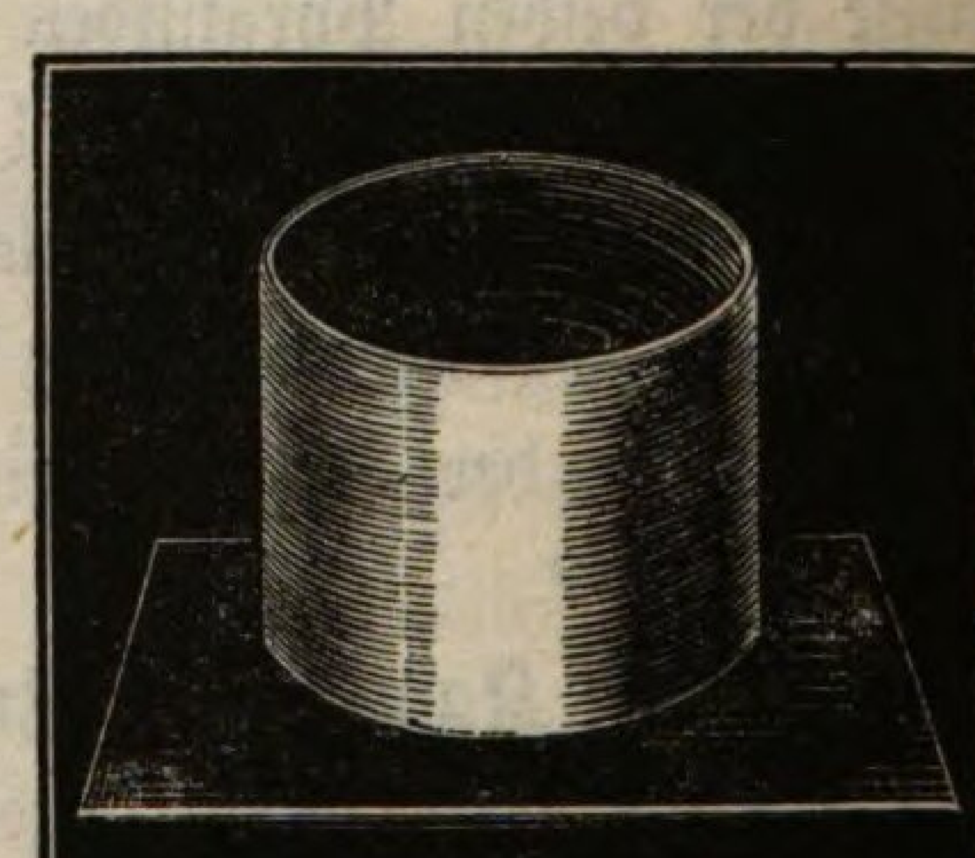


Fig. 103.



1) Gießkannen und cylindrische Fruchtgemäße, Fig. 102, 103, werden als Cylinder angesehen und als solche berechnet, nur muß man hierbei, wie bei allen Gefäßen, die Ausdehnung im Lichten messen.

Fig. 104.

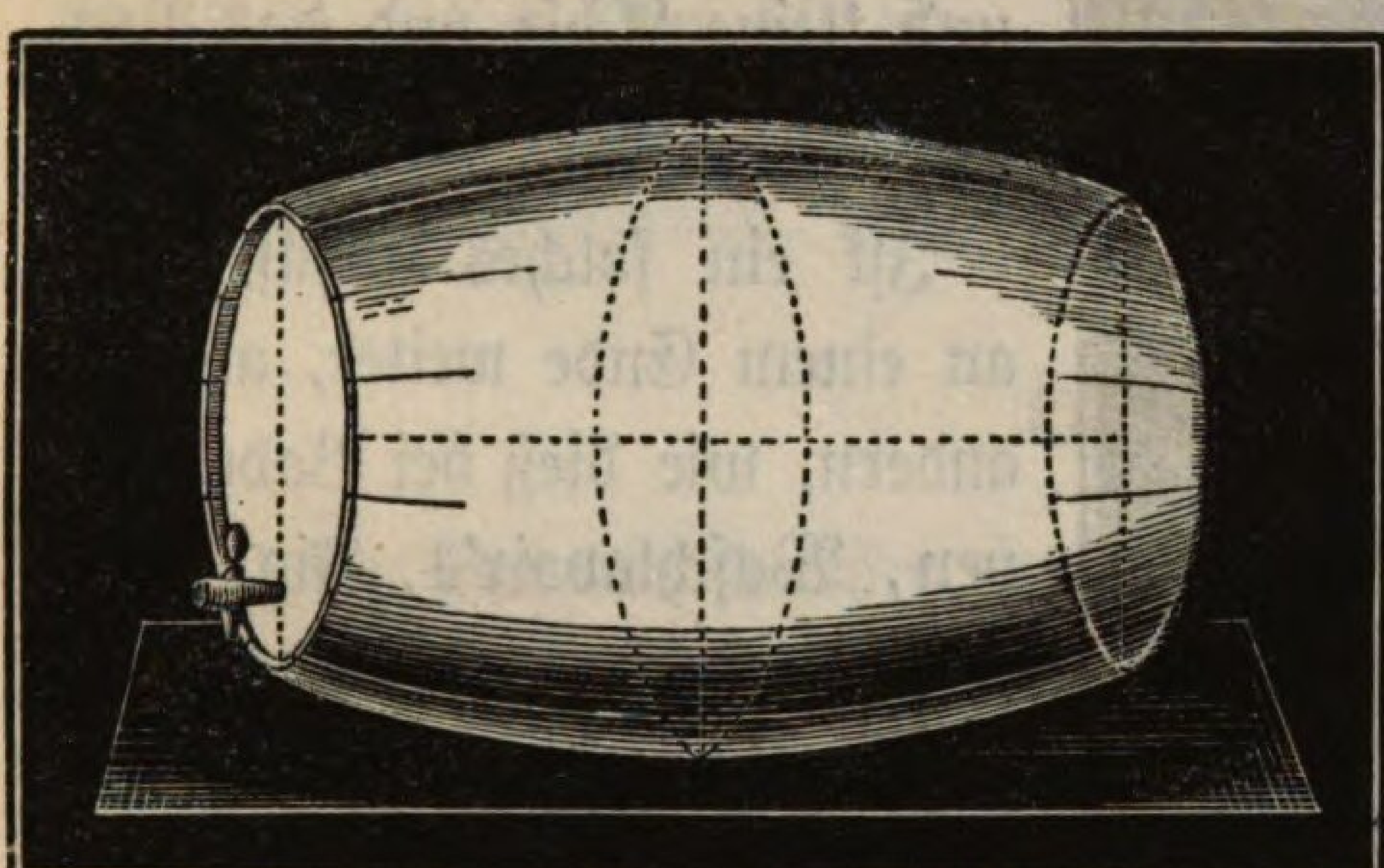


2) Eimer, Züber und conische (kegelförmige) Fruchtgemäße, Fig. 104, sieht man als verkürzte Kegel an und berechnet ihren Inhalt nach Art derselben.

3) Fässer berechnet man in folgender Art: Fig. 105.

a) Man addirt den Durchmesser einer Bodenfläche, zur doppelten Spundtiefe, theilt diese Summe durch 3 oder 6 und sieht den Quotienten als Durchmesser oder Halbmesser eines Cylinders an, dessen Höhe gleich der Länge des Fasses ist. Wären indessen die Bodenflächen ungleich, so müßte man ihre Durchmesser erst auf eine mittlere Größe bringen.

Fig. 105.



b) Wollte man die eine Boden f l ä c h e und den Spund d u r c h s c h n i t t addiren, das Ganze durch 2 dividiren und mit ihrem senkrechten Abstand multiplizìren, so würde man den Inhalt zu groß erhalten.

c) Man sieht das Faß als zwei mit ihren Grundflächen zusammenliegende abgestumpfte Kegel an und berechnet es auf diese Weise. Dem so gefundenen und allein richtigen Inhalte kommt man am nächsten, wenn man zur einfachen S p u n d tiefe die B o d e n tiefe addirt, das Erhaltene mit 2 oder 4 dividirt und den Quotienten als d oder r eines Kreises ansieht, dessen Inhalt man dann mit der Länge des Fasses multiplizirt.

4) Die Badewannen, blechernen Waschlavoir's, Ansatzbütten der Brauer, Fig. 106, 107, 108, haben elliptische Grundflächen. Eine Ellipse ist aber gleich einem Kreise, dessen Durch- oder Halbmesser gleich der mittleren Proportionallinie zwischen der ganzen oder halben großen und kleinen Achse*) der Ellipse ist. Diese mittlere Proportionallinie wird gesucht, in-

*) Große und kleine Achse einer Ellipse sind die beiden Durchmesser.

Fig. 106.

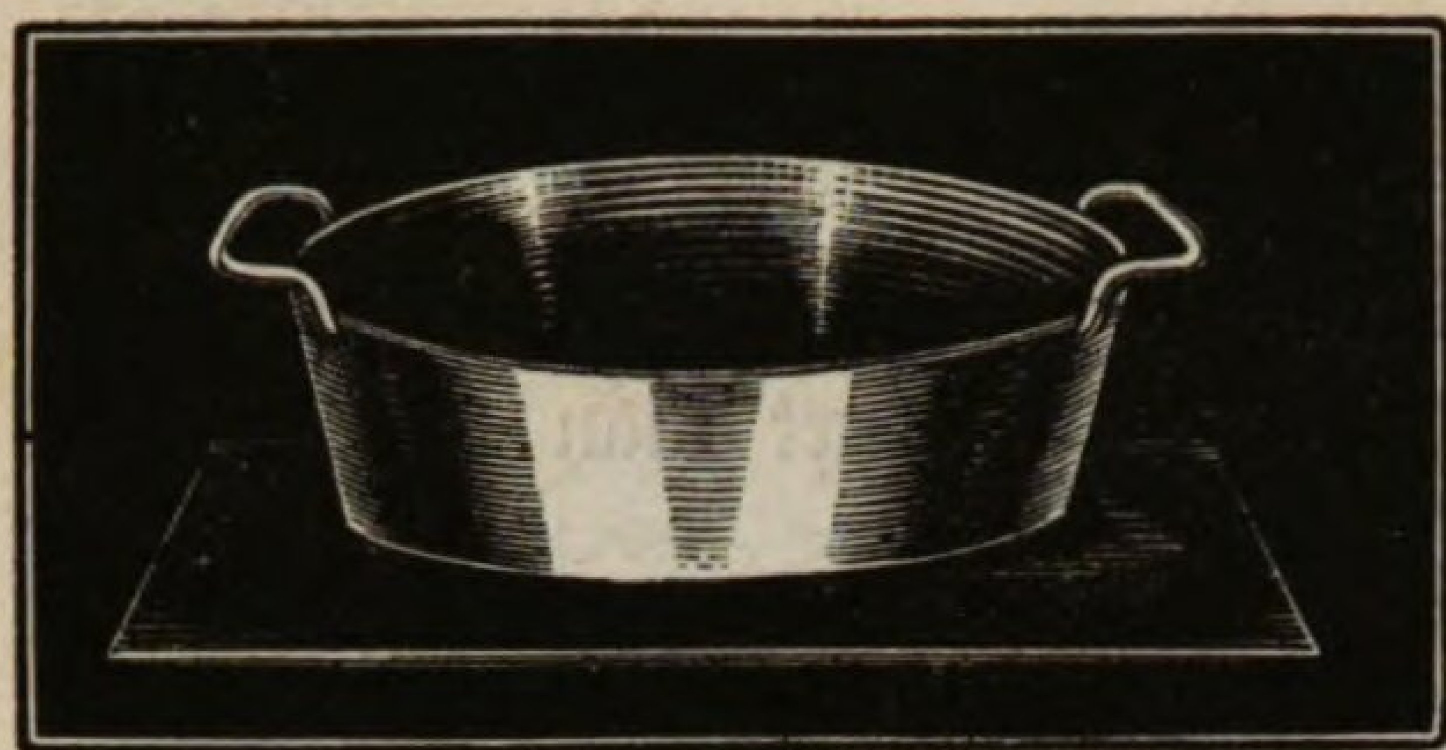


Fig. 107.

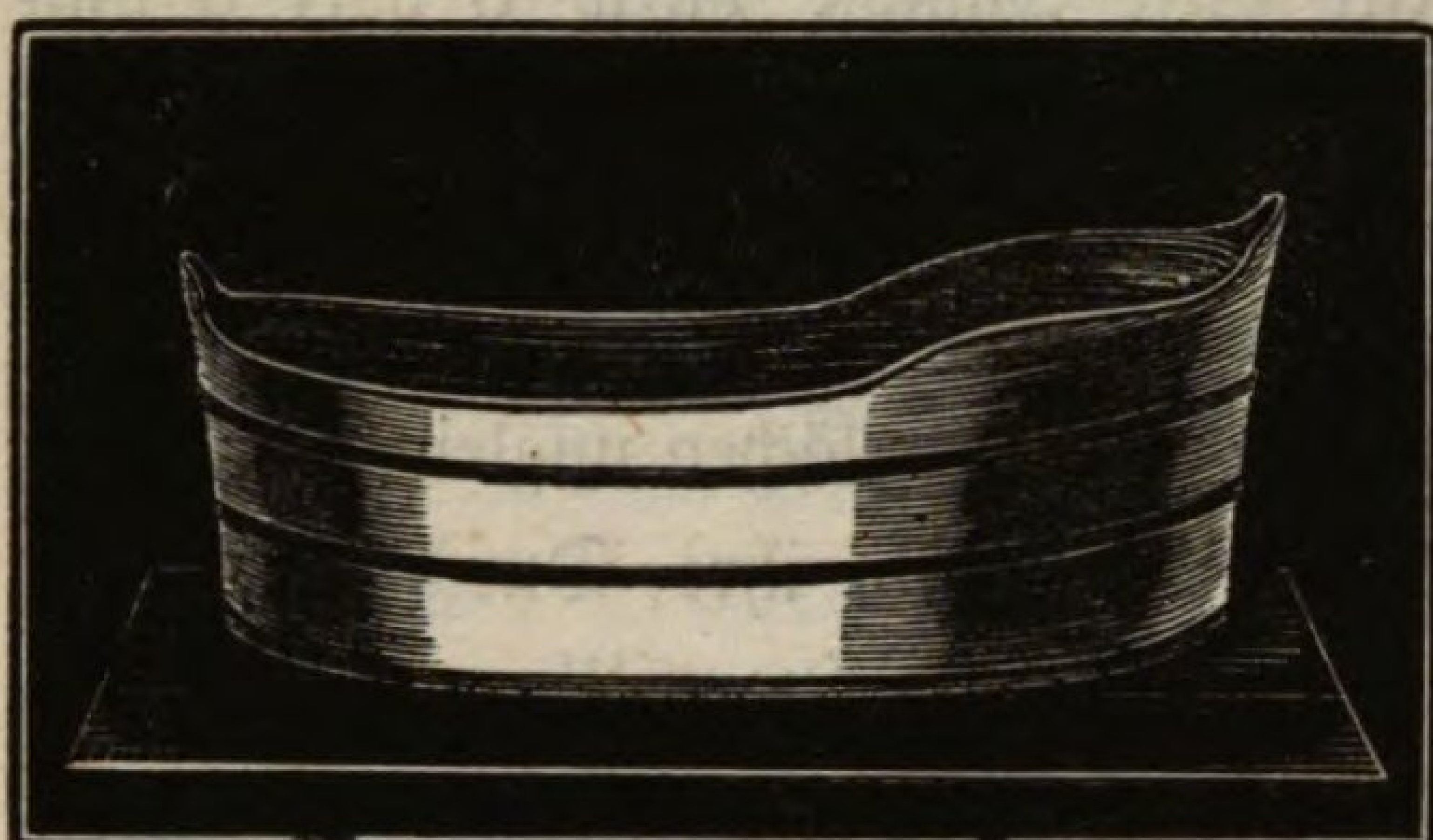


Fig. 108.



dem man die ganze oder halbe große oder kleine Achse mit einander multiplizirt, aus dem Produkte die Quadratwurzel zieht und diese dann als d oder r eines Kreises betrachtet. Dessen Größe multiplizirt man mit der Gefäßtiefe. So hat man den Inhalt des Gefäßes.*) Um hier solche Gefäße ohne Hilfe dieser mittleren Proportionallinie annähernd berechnen zu können, verfahre man, wie folgt:

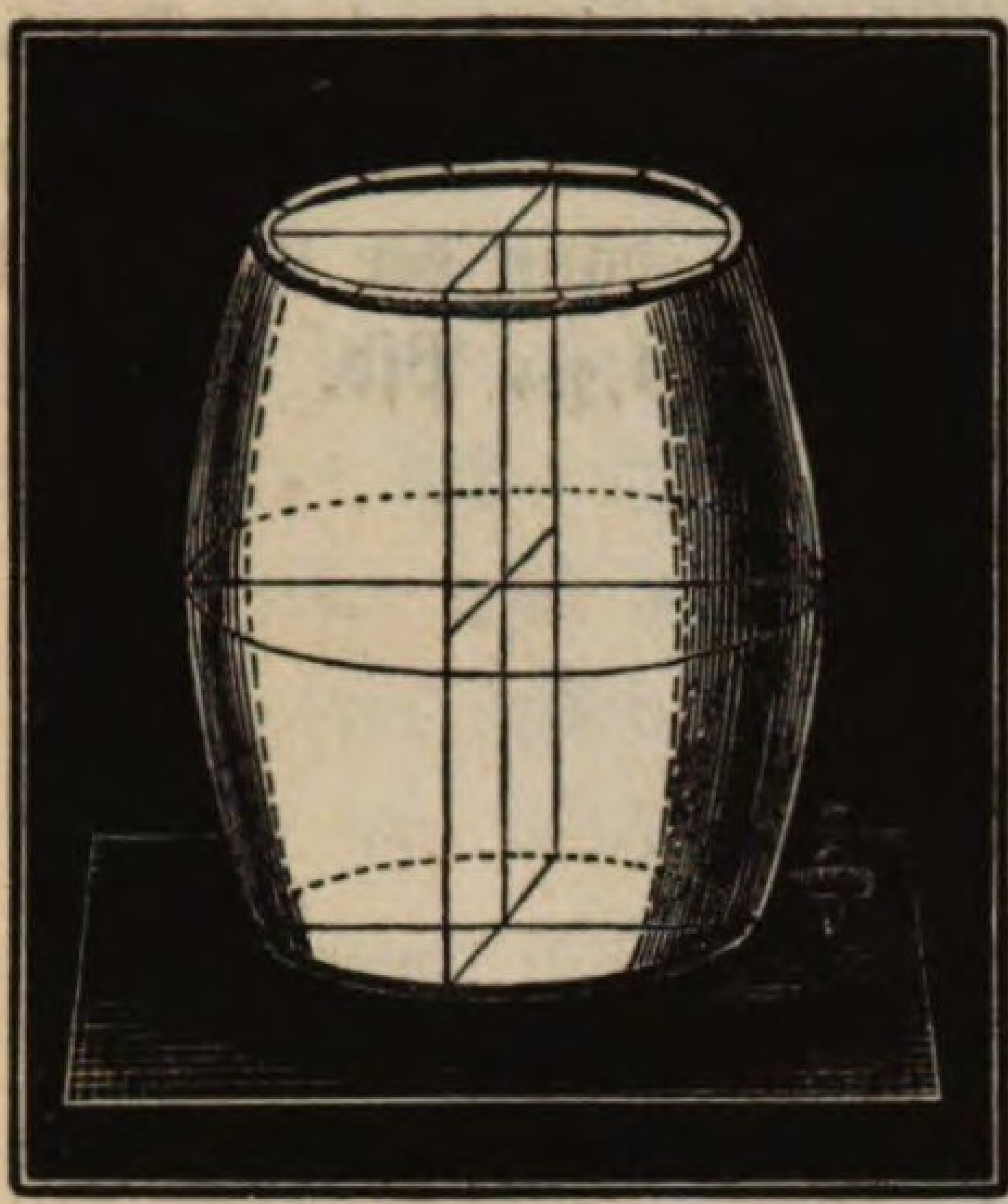
Man multiplizire die große und kleine Achse und das Produkt mit $\frac{785}{1000}$.

Ist ein solches Gefäß aber an einem Ende weiter, als am andern, wie dieß bei Badewannen, Waschlavoir's, Fig. 107, 108, immer der Fall ist, so suche man erst eine arithmetische Mittelgröße und verfahre dann, wie angezeigt.

5) Die sogenannten Zapfstäßchen, Ovalfäßchen, Fig. 109, welche die Kaufleute und Krämer in ihren Laden haben, um daraus Essig, Branntwein 2c. im Kleinen zu verzapfen, haben zwei elliptische Bodenflächen. Man berechnet den Inhalt eines solchen Fäßchens annähernd, indem man zur doppelten Spundtiefe die der Bodenfläche addirt, die Summe mit 6 dividirt, dann zur doppelten Bauchbreite die Bodenbreite addirt, die Summe mit 6 dividirt, das so Erhaltene mit einander multiplizirt und das Product mit $\frac{314}{100}$ oder 3, 14 oder $\frac{22}{7}$ und dann mit der Faßlänge multiplizirt.

*) Stehen die Seitenwände schief, so suche man den Inhalt beider Ellipsen und aus diesen das Mittel 2c.

Fig. 109.



Anmerkung. Bei Berechnung der Gießkannen muß man zum Inhalte des Hauptgefäßes noch den der Ausflußröhre zählen.

Uebungsaufgaben.

I. Es sei:

1) der Bodendurchmesser eines Feuereimers 8″, der obere Durchmesser 1′ 4″, seine Höhe 2′ 1″;

2) der Bodendurchmesser eines Waschzubers 3′ 7″, der obere Durchmesser 5′ 8″, die Höhe 5′ 4″;

3) der Bodendurchmesser eines conischen Fruchtgemäßes 2′ 5″, der obere 1′ 8″, die Höhe 2′ 4″; wie groß ist der Inhalt dieser Gefäße nach den 2 Manieren cylindrischer Berechnung und nach Art des abgestumpften Kegels in Kbm. und Kbdm.? Wie schwer ist der Inhalt dieser drei Gefäße einzeln und zusammengenommen, wenn das Liter Flüssigkeit = 2,034 Klgr.?

II. Es sei:

1) der Bodendurchmesser eines gewöhnlichen (runden) Fasses, Fig. 105, = 3′ 4″, die Spundtiefe 4′ 6″, die Faßlänge 5′ 4″;

2) der eine Bodendurchmesser 2′ 4″, der andere 2′ 6″, die Spundtiefe 3′ 8″ und die Faßlänge 5′ 4″; wie groß ist in beiden Fällen der Inhalt des Fasses, wenn man sie als Cylinder und dann jedes als 2 abgestumpfte Kegel berechnet, in Litern, und wie schwer ist ihr Inhalt, wenn 1 Kbdm. desselben 1,08 Klgr. wiegt?

III. Es sei:

1) die große Achse in der Grundfläche — die obere ist ihr hier gleich — einer Ansatzbütte 7′ 3‴, die kleine Achse 4′ 3″, die Höhe 4′ 9″; wie groß ist der Inhalt in Kbm. und wie schwer, wenn 1 Kbdm. = 1,03 Klgr. ist?

2) die untere große Achse einer Badewanne 7′ 4″, die kleine Achse 4′ 2″; die obere große Achse 8′ 8″, die kleine 4′ 4″ und die Tiefe 2′ 6″; wie groß ist der Inhalt in Kbm. und in Litern und wie schwer in Pfunden, wenn 1 Kbdm. = 1 Klgr. = 2 Pfd. ist?

IV. Es sei:

1) die große Achse in der oberen und unteren Bodenfläche eines Ovalfäßchens, Fig. 109, 2′ 4″, die kleine Achse 1′ 6″, die Spundtiefe 2′ 8″, die Bauchweite 1′ 9″, die Faßlänge 3′ 4″; wie groß ist dann der Faßinhalt in Litern und wie schwer in Pfunden, wenn 1 Liter = 1,994 Pfd. ist?

---

# Anhang

## enthaltend verschiedene Aufgaben aus der Längen-, Flächen- und Körperrechnung.

---

### I. Schreinerarbeiten.

1) Was kosten 4 doppelte Thüren, jede 5′ 7″ hoch, 2′ 8″ breit? Als Blindholz wird ein 1 Zoll dickes Eichenholz, zu den Verdoppelungen Tannenholz genommen. Die Thüren werden dreimal mit brauner Oelfarbe angestrichen. Das □M. kostet für Material und Arbeitslohn 14,5 Sgr. und für Anstrich 10,3 Sgr. oder auch 50 kr. 3 ₰. resp. 40 kr. 3 ₰.

2) Was kosten 7 Laden von Tannenholz mit 2 aufgenagelten Leisten ohne Verstrebung; zweimaliger brauner Oelanstrich; das □M. an Material und Arbeitslohn 13 Sgr. 6 Pf., Oelanstrich 9,75 Sgr. oder auch 44 kr. 2 ₰. und 35 kr. 1 ₰.? Jeder Laden ist 3′ 2″ hoch und 1′ 9″ breit; die Leisten sind 3½″ breit (natürlich so lang, als der Laden breit ist); sie werden als Holzwerk, nicht aber beim Anstrich mitgerechnet.

3) Was kostet ein Speicherboden zu dielen, der 54′ 6″ lang, 24′ 8″ breit ist, wenn er mit rauhen Schreinerborden belegt wird, wovon jedes 16′ lang und 8″ breit ist, wenn das □M. für Material 12 Sgr. oder auch 40 kr. 2 ₰. und der ganze Arbeitslohn 5 fl. 40 kr. oder auch 3½ Thlr. kostet?

4) Ein Zimmer ist 54′ 3″ lang, 36′ 9″ breit; was kostet dasselbe unter folgenden Bedingungen zu dielen?

Das Holz muß ast= und splintfreies Eichenholz, der Boden muß aus lauter 4″ breiten Stücken zusammengefügt (geleimt und alle 2½′ einmal verdöbelt), jedes Stück auf jedem Balken mit 2 starken Nägeln befestigt und 1½″ dick sein. Das □M. wird für Arbeit und Material mit 2 fl. 40 kr. oder auch mit 25 Sgr. 9 Pf. bezahlt.

5) Ein anderes Zimmer ist kreisrund, sein Umfang ist 103′ 7″; es soll mit zu 10schuhigen Tafeln verleimten und verdöbelten Schreiner=borden (ganz reinen) belegt werden. Was wird dieß kosten, wenn für Material, Arbeitslohn, Unterfütterung mit Sand und dessen Lieferung, für Auffütterung ꝛc. das □M. mit 14¾ Sgr. oder auch 54 kr. 3 ₰. bezahlt wird?

6) Ein Speicher hat, wegen früherer Anlage von 2 Dachkammern, noch die Form eines unregelmäßigen Vierecks, dessen Diagonale 41′ 6″, sowie deren Abstand von den gegenüberliegenden Ecken 30′ 5″ und 19′ 4″ beträgt. Was kostet derselbe mit rauhen Dachborden zu belegen, wenn ein □M. für Material und Arbeit mit 1 fl. 20 kr. oder auch mit 18,5, 24⅚ Sgr., oder 28,9 Sgr. bezahlt wird?

7) Ein Schreiner unternimmt 13 Fensterbretter von Eichenholz à 4′ lang, 1′ 5″ breit, 2″ dick mit dreimaligem braunem Oelanstriche zu fer=tigen. Wie viel nimmt er ein, wenn das □M. dieses Holzes mit 1 fl. 15 kr. und das des Anstriches mit 20 kr. oder auch mit 24,9; 28,5; 20,8 Sgr. resp. mit 5,5; 6,4; 7,1 Sgr. bezahlt wird?

8) Ein Schreiner macht an der Schule 2 Thüren, eine als Eingang zur Baumschule und die zweite als Eingang zum Holzremis. Jede Thüre 5′ 6″ hoch und 32″ breit. Die Rahmstücke sind 5″ breit, 2½″ dick; die Thüren haben unten eine 1½′ hohe Füllung, oben Staketen von Zoll=dicke. Jede Thüre hat eine doppelte Verstrebung. Die Kosten betragen für Material und Arbeitslohn, nebst dreimaligem braunem Oelanstriche à □M. 2 fl. 20; 2 fl. 25; 1 fl. 48 kr. 3 ₰. oder auch 1 Thlr. 15,5 Sgr.; 1 Thlr. 20 Sgr. 4 Pf.; 1 Thlr. 18,9 Sgr.; was kostet das Ganze?

9) Ein Zimmer mit einem Alkoven ist zu dielen. Das Zimmer hat 24′ 7″ L., 18′ 3″ Br.; der Alkoven ist 8′ 3″ l. und 4′ 9″ br., mitten durch das Zimmer läuft ein kreuzförmiger Eichenbalken, der nicht überdielt wird. Was kostet der ganze Boden mit reinen Schreinerborden zu dielen,

wenn das □M. mit 44 kr. oder auch mit 14 Sgr. bezahlt wird und wie viel Gulden und Thaler kostet das Ganze, wenn außerdem eine 3½' h. Lambris à □M. mit 1 fl. 40 kr. oder auch mit 1 Thlr. 15 Sgr. und für weißen Oelanstrich mit ¾ Sgr. bezahlt wird?

## II. Dachdeckerarbeiten.*)

1) Ein Dach von 57,8 M. L., 18,9 M. Br. oder Höhe ist mit sauber gefugten, trockenen Dachborden zu verschalen, mit Langhecker Schiefer No. 1 so einzudecken, daß jeder Stein mit 3, jeder Fuß-, Ort-, und Firststein mit 5 — 6 Nägeln versehen und zu einem Drittel seiner Fläche (über Rück und Brust) überdeckt wird. Was wird das kosten, wenn Accordant alles Material (Nägel, Dachhaken 2c.) liefert und dafür nebst Arbeitslohn auf den □' mit 2½ Sgr. oder auch mit 12 kr. bezahlt wird?

2) Das Dach eines Kirchthurmes ist regelmäßig 8seitig, jede untere Kante 5,3 M. breit und jede Seite 7,9 M. hoch; wie viel Gulden kostet dasselbe mit Langhecker Schiefer No. 1 zu decken, wenn Accordant alles Material (trockene gefalzte Dachborde 2c.) stellt und dafür und für Arbeit per □' 3 Sgr. oder auch 8,75 kr. erhält?

3) Was kosten 2 Hausgiebel mit Langhecker Schiefer Nr. 2 zu füttern, wenn für Stellung des gesammten Materials und solche Deckung, daß jeder Stein mit 2 Nägeln befestigt und ⅕ seiner Fläche überdeckt wird, per □' 2⅓ Sgr. bezahlt wird. Unten bilden die Giebel Rechtecke von 7,75 M. Höhe und 9,85 M. Br., dann nach oben Dreiecke von 5,84 M. Höhe; die Fütterung bleibt 2⅕ M. von der Erde entfernt.

4) Das Dach eines Schulhauses bildet 2 ‡‡-trapeze und 2 gleichschenklige Dreiecke. Die Dachkante beträgt 96' 3'', die First 65' 9'', ihr senkrechter Abstand 16' 7''; die Giebeldachkante ist 24' 1'' und deren Abstand von der Firstspitze 19' 7''. Dieses Dach wird mit Schiefer umgedeckt, es bleibt also das Bretterdach liegen. Was wird dieses kosten, wenn das □M. für Schiefer, Nägel und neue Haken, sodann für Arbeitslohn mit 21¾ Sgr. oder auch mit 54,57 kr. bezahlt wird?

---

*) Flache Dächer werden theurer, als senkrechte, weil die Schiefer sich über Rück und Brust mehr decken müssen, als bei mehr steilen, damit keine Feuchtigkeit durchdringt; Thürme werden dagegen wieder des größeren Risiko's wegen theurer, als Hausdächer.

5) Das Dach einer Scheuer ist 51′ 6″ lang und 32′ 7″ hoch; was kostet dasselbe zu verlatten und doppelt*) mit Ziegeln zu decken, wenn das □M. mit 56¼ kr. oder nach anderer Berechnung mit 18,5 Sgr. bezahlt wird?

6) Wie viel Thaler kostet Haus und Scheuer eines Privatmannes mit Ziegeln zu decken, wenn das Hausdach 2 Rechtecke bildet, 65′ 4″ lang und 34′ 8″ hoch, das Scheuerdach ebenfalls 2 Rechtecke bildet und 43′ 7″ lang und 30′ 2″ hoch ist und wenn das □M. für einfache Deckung, also auch Verschindelung, Verlattung, für Material und Arbeitslohn mit 44¼ kr. oder auch mit 14 Sgr. 10 Pf. bezahlt wird?

7) Ein Beileger-Stall ist 41′ lang, sein Dach ist 19′ 7″ hoch, was kostet das nach voriger Art zu decken, wenn das □M. für Material und Arbeit mit 13¼ Sgr. oder auch 42,25 kr. bezahlt wird?

## III. Tüncherarbeit.

1) An einer Kirche ist der alte Verputz abzuschaben, die Steinfugen sind auszukratzen und die allenfalls beschädigten auszubessern.

a) eine Seite der Kirche ist lang (nämlich so auszubessern): 38′ 2″, breit: 22′ 5″;

b) die zweite Seite ist lang: 38′ 2″, breit oder hoch: 14′ 5″;

c) „ dritte „ „ „ 24′ 8″, „ „ „ 20′ 7″;

d) „ vierte „ „ „ 29′, „ „ „ 21′ 9″.

Hiervon gehen ab für 2 Eingangsthüren à 7′ hoch, 3′ 9″ breit, für 8 Fenster à 10′ h., 4⅕′ br. Alles vorkommende Holzwerk ist mit dreimaligem Oelanstriche zu versehen, die Rüstung zu stellen, ebenso alles Material. Hierfür erhält Accordant per □M. 20,5 kr. oder auch 8 Sgr. 2 Pf. Wie viel Gulden kostet der ganze Verputz nach der ersten Berechnung und wie viel Thaler nach der zweiten?

2) Die 3 Seiten eines Hauses bis ans Dach über Holz und Gefach zu verrohren, zu verputzen und rein abzuweißen. Das Haus ist 42′ 6″ l., 21′ 7″ br. und bis zum Dache 20′ hoch, die auch zu verputzende Giebelwand ist von hier noch 16′ 9″ hoch. Was kostet das Ganze, wenn für Rohr, Nägel, Speis, Haare ꝛc. das □M. 20,5 kr. oder auch mit 6,75 Sgr. bezahlt wird?

*) Bei öffentlichen Bauten, wo mit Ziegeln gedeckt wird, ist nur doppelte Deckung zulässig; ist die Deckung einfach, so ist Verschindelung nöthig.

3) In 4 Zimmern, allen Gängen und Abtritten den schadhaften Verputz abzuschaben, neu zu tünchen und rein abzuweißen, alles bloßliegende Holzwerk mit dreimaligem, weißem Oelanstrich zu versehen. Was kostet das, wenn das □M. Oelanstrich mit $22\frac{1}{2}$ kr., das andere mit 20 kr. bezahlt wird und die Zimmer, Gänge und Abtritte folgende Größe haben?

Zimmer Nr. 1. 14′ l. 16′ br. und 10′ hoch;
" " 2. 16′ " 16′ " " 10′ "
" " 3. 13′ " 12′ " " 10′ "
" " 4. 27′ " 12′ " " 10 " Die Gänge sind zusammen 51′ l. 4′ br. und 10′ hoch; jeder der 2 Abtritte ist 4′ l., 4′ br. und 7′ hoch. Hier geht für den Sitz ab $7\frac{1}{2}$ □′; auf den Gängen 3 Fenster, à $5\frac{1}{2}$′ hoch und $2\frac{1}{2}$′ br., in den Zimmern 8 Fenster, jedes $5\frac{1}{2}$′ hoch, 2′ 8″ br., im Ganzen 8 Thüren à 9′ hoch, $3\frac{1}{2}$ br. und in jedem Zimmer eine Lambris von 2′ Höhe.

4) Ein neues Thor mit brauner Oelfarbe dreimal anzustreichen blos von außen; der □′ wird bezahlt mit $1\frac{3}{4}$ kr. Das Thor ist breit 12′ 6″ und im Mittel $17\frac{3}{4}$′ hoch. Was wird das kosten?

## IV. Zimmerarbeit.

1) Es sind 4 Rostschwellen zu legen, jede 12′ l., 10′ dick und 9″ br.; was wird das kosten, wenn auf den Kb′ für alles $14\frac{1}{2}$ kr. oder auch für das Kbm. 0,54 Sgr. bezahlt werden?

2) Ein Kellerthürgestell von Eichenholz zu fertigen 2′ 7″ br., 6′ 1″ hoch, 2 Pfosten, eine Schwelle und eine Platte. Das Holz muß durchgehends 7″ br. und 6″ dick sein. Was kostet das Ganze, wenn der Kb.′ mit $3\frac{2}{3}$ Sgr. oder auch das Kbdm. mit 0,75 ₰. bezahlt wird?

3) Eine Schwelle zu legen, 27′ l., 7″ dick, 8″ br., für Holz und Arbeit à Kb.′ $25\frac{1}{2}$ kr. oder auch das Kbdm. 0,5 Sgr. Was kostet sie?

4) Einen Träger unter das erste Gebälk einer Mühle einzuschieben, 28′ l., 1′ 2″ dick und 1′ hoch à Kb.′ $6\frac{1}{2}$ Sgr. oder auch das Kbdm. 0,25 Sgr. Wie viel macht dieß? Hierzu kommt, einen Giebel beizuheben, zu sprießen, Arbeit und Material 12 fl. 48 kr. Wie viel beträgt die ganze Zimmerarbeit?

## V. Pflastererarbeit.

Eine Straße, 322′ l. und im Mittel 34′ 6″ br., soll gepflastert werden. An Material und Arbeit ist Folgendes nöthig:

### a) Grundarbeit.

1) Die Straße durchgehends 1′ tief aufzubrechen, nach Angabe des Pflasterers zu planiren, die gewonnenen Steine auf nahe Vicinalwege zu schaffen und den übrigen Grund zu verkarren.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1tes Stück | 30′ 6″ l., | 21′ 7″ br. | |
| 2tes „ | 20′ 3″ „ | 20′ 4″ „ | |
| 3tes „ | 21′ 4″ „ | 21′ „ | |
| 4tes „ | 80′ „ | 22′ „ | |
| 5tes „ | 29′ 4″ „ | 24′ 4″ „ | |
| 6tes „ | 26′ „ | 26′ „ | |
| 7tes „ | 30′ „ | 20′ „ | |
| 8tes „ | 40′ „ | 21′ „ | |
| 9tes „ | 45′ „ | 25′ „ | |
| | | | Sa. des □maßes ? |

Hiervon gehen ab für die verschiedenen Haustreppen 84 □′.

Die □Ruthe wird mit 14 fl. 30 kr. oder auch mit 8 Thlr. 20 Sgr. oder das □M. mit 2 fl. 14 kr. oder auch mit 1 Thlr. 6,5 Sgr. bezahlt?

### b) Steinbrechen und Zurichten.

1) 5 Ruthen Grauwackenpflastersteine zu brechen und zuzurichten à 60 fl. 45 kr. oder auch 40 Thlr. 9 Sgr.

2) Diese ins Rauhe hergerichteten Pflastersteine nach vorgelegten Mustersteinen zuzurichten à 120 fl. 40 kr. oder 70 Thlr. 18 Sgr.

### c) Beifuhr der Steine.

1) An jeder Ruthe fährt ein Fuhrmann 20mal und bekommt von der Fahrt 1 Thlr. 12 Sgr.

2) Diese Steine am Orte der Pflasterung nach Bedürfniß anzufahren à 4 fl. 15 kr. oder 2 Thlr. 16 Sgr.

d) Sandlieferung.

1) Zur Pflasterung sind geeigneten Ortes 6 Kb.⁰ 866 Kb.′ Sand zu graben; incl. der Abgabe an die betreffende Gemeinde à 5 pr. Thlr. 4 Sgr.

2) Diese 6 Kb.⁰ 866 Kb.′ Sand vom Fundorte auf einen bestimmten Platz anzufahren à 34 pr. Thlr. 14 Sgr.

3) Diesen Sand in die betreffende Straße und an die betreffenden Stellen zu fahren à 3 fl. 45 kr.

e) Aufruthen der Steine, Messen des Sandes.

1) Aufruthen der Steine à 1 Thlr. 10 Sgr.

2) Messen des Sandes à 1 fl. 30 kr.

f) Pflastererarbeit.

Die Pflasterung der Straße muß in der Art ausgeführt werden, daß ein regelmäßiges Schichtenpflaster mit parallelen Schichten entsteht. Die Breite der Fahrbahn, Anlage der Rinnen (Trottoirs) wird bei der Ausführung der Pflasterung selbst näher bezeichnet. Die Kosten der Pflasterung betragen per □⁰ $1^5/_6$ Thlr. oder auch 2 fl. 14 kr.

Wie viel Thaler beträgt die Ausgabe für sämmtliche zur Herstellung des Pflasters nöthige Arbeiten? *)

## VI. Maurerarbeit.

Was kosten die verschiedenen Materialien und Arbeiten bei Anlage des folgenden Brandweihers?

a) Grundarbeiten.

1) Die innere Fläche auf 83′ l., 54′ br. und 8′ tief auszugraben, die Erde hinter die Futtermauer zu verfüllen und fest zu stampfen per Kb.⁰ 2 fl. 30 kr. oder per Kbm. auch 14 kr. 2 ₰.

2) Das Fundament zu der Futtermauer zu graben (262′ lang, nämlich der ganze Umfang, 3′ br., $1^1/_2$′ tief). Die erhaltene Erde auch

*) Es versteht sich von selbst, daß die Preisansätze sich nach den localen Verhältnissen modifiziren müssen. Die vorstehenden Ansätze über Material und Lieferung sind mit Rücksicht auf Idstein gemacht, wo die Steine 3 Stunden Wegs weit (von der hohen Kanzel) und der Sand fast eben so weit (von Bremthal) geholt werden müssen.

hinter der Futtermauer festzustampfen à Kb.° = 2 fl. 45 kr. oder auch 1 Thlr.

3) Zu einer Röhrenleitung den Graben 5465′ l., 2′ weit und 4′ tief auszugraben, nach dem Legen der Röhren den Graben wieder zuzuwerfen und die Erde festzustampfen à Kb.° 1 fl. 54 kr. oder auch 1 Thlr.

4) Einen Abzugsgraben, 48′ l., 2′ br., 4′ tief zu fertigen und den überflüssigen Grund zu verkarren per Kb.° 1 fl. 12 kr. oder auch 1 Thlr.

### b) Maurerarbeit.

1) Die Futter- und Brustmauer mit möglichst zugerichteten Bruchsteinen und gutem Mörtel (auf den Kb.′ Mauer 1 Ctr. Kalk) aufzuführen. Es ist

1) das Fundament 274′ l. br. 1½′ tief;
2) die Futtermauer 274′ l., 2′ 6″ br., 8′ hoch;
4) Die Brustmauer 264′ l., 3½′ hoch und 1′ 8″ dick, per Kbm. für Material und Arbeitslohn ꝛc. 1 fl. 20 kr.

### c) an Material.

1) 28 Ruthen Steine zu brechen à 2 fl. 30 kr.
2) Für Auffahren der Steine à 2 fl. 15 kr.
3) Für Aufruthen der Steine à 15 kr.
4) Für 36 Ohm Kalk à 1 fl. 6 kr.
5) Für 528 □′ 3″ dicke, 1′ 8″ breite und 1′ lange Mauerdeckel von Thonschiefer zu liefern und in Kalkmörtel zu legen à 6 kr.
6) Den Boden des Weihers mit 3″ dicken Bruchsteinplatten zu belegen, die Einfahrt auszurollen, 77′ l., 48′ br. à □′ 4 kr. für Material und Arbeit.

## VII. Steinhauerarbeit.

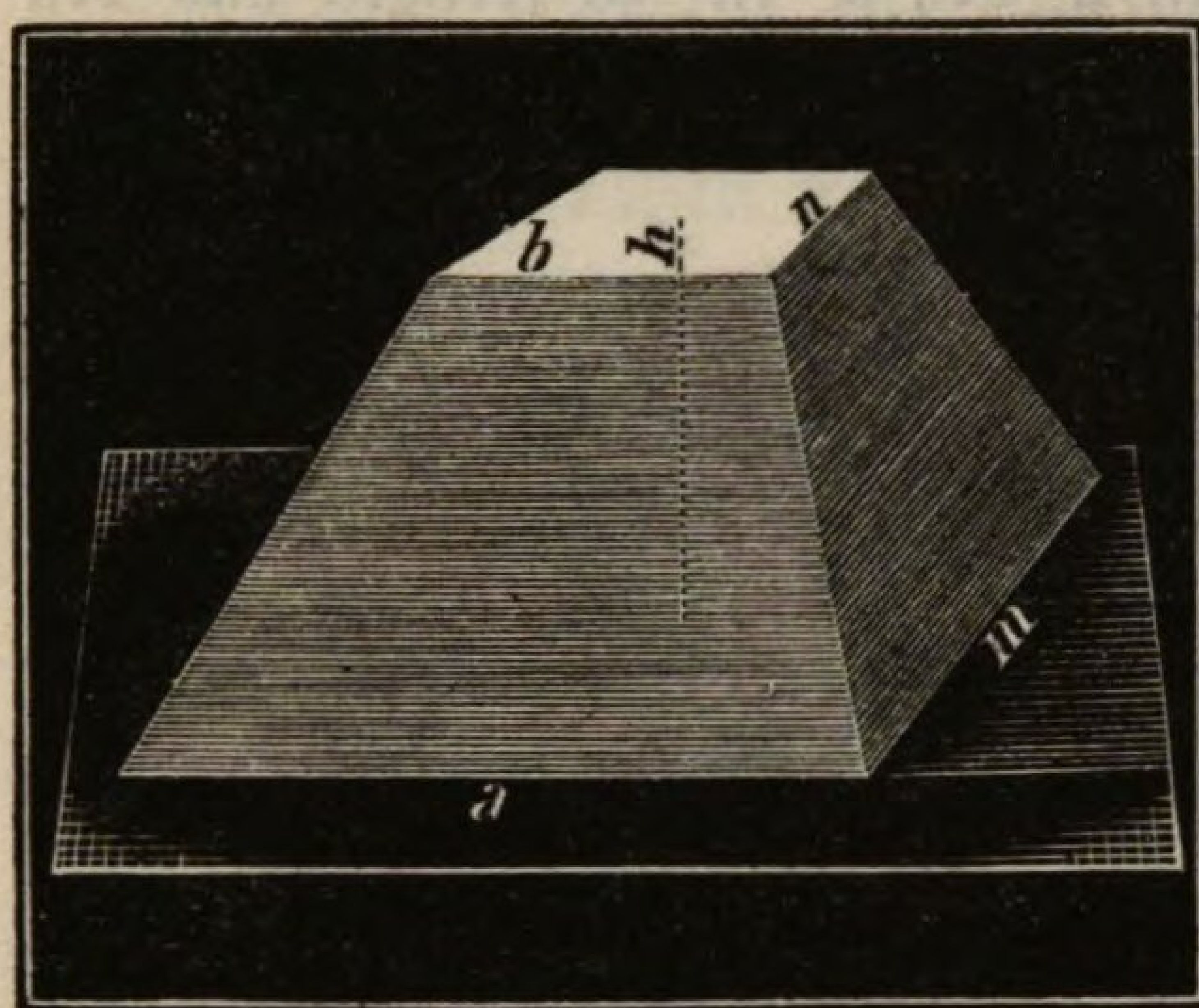
1) Was kostet ein Brunnenstock und ein Brunnentrog, wenn man für das Kbm. rothen Sandstein, an Ort und Stelle zu liefern, herzurichten und aufzustellen 2 fl. 20 kr. oder mit 1,75 Thlr. bezahlt und wenn die Steine folgende Größe haben:

Der untere Theil des Stockes ist ein Würfel von 2′ 6″ Kante, der

Aufsatz ist eine abgekürzte 4seitige Pyramide*), woran die untere Kante 4′ 2″, die obere 1′ 9″, deren Höhe 15′ beträgt. Der Brunnentrog ist 7′ l., 4′ hoch und 3′ dick.

2) Wie viel Gulden kosten 12 Säulen von bayerischem, rothem Sandsteine, welche regelmäßig 6eckig, 24′ hoch und so dick sind, daß eine Kante

---




*) Außer den oben gehörigen Ortes angegebenen Berechnungen der abgestumpften Pyramide ist auch folgende ziemlich einfach: Man suche den Inhalt der Grundfläche, multiplizire denselben mit einer Kante dieser Fläche; suche den Inhalt der oberen Fläche, multiplizire ihn mit der gleichliegenden Kante, ziehe letzteres Produkt von ersterem ab, dividire diese Differenz mit den Untersch. der oberen und unteren Kante und multiplizire das Ganze mit $\frac{1}{3}$ der Höhe. Nennt man nämlich die untere Kante a, die Seitenkante m; die obere Kante b, die Seitenkante n, die Höhe des St. h und die ganze Höhe etwa H und die Höhe des fehlenden Stückes h′, so ist, wie wir oben sahen, $H = \frac{a}{a-b} \times h$; folglich die ganze $P = \frac{a\,m}{3} \times \frac{a}{a-b} \times h = \frac{a^2\,m}{(a-b)} \times \frac{h}{3}$. Das obere Stück ist dann $= b\,n \times \frac{h'}{3}$ oder da $h' = H - h$; H aber gl. $\frac{a}{a-b} \times h$ ist, so ist, da auch $H - h = h'$ ist, hiernach $h' = \frac{a\,h}{a-b} - h = \frac{a\,h - a\,h + b\,h}{a-b}$ und $\frac{h'}{3} = \frac{a\,h - a\,h + b\,h}{3\,(a-b)} = \frac{b\,h}{3(a-b)}$ und darum das obere Stück $= b\,n \times \frac{b\,h}{3(a-b)} = \frac{b\,n \times b\,h}{3\,(a-b)} = \frac{b^2\,n\,h}{3\,(a-b)} = \frac{b^2\,n}{a-b} \times \frac{h}{3}$. Zieht man dieß von der ganzen P ab, so erhält man P — p oder Pst. $= \frac{a^2\,m}{a-b} \times \frac{h}{3} - \frac{b^2\,n}{a-b} \times \frac{h}{3} = \frac{a^2\,m - b^2\,n}{a-b} \times \frac{h}{3}$. Dasselbe sagt obige Regel. Substituirt man die in Aufgabe 1 gegebenen Zahlen, so ist Pst. $= \frac{2'\,2'' \times 2'\,2'' \times 2'\,2'' - 9'' \times 9'' \times 9''}{2'\,2'' - 9''} \times \frac{5}{3} = 12$ Kb.′ 660 Kbdm.? Dasselbe erhält man auch, wenn man nach Art der abgest. P. rechnet, die Grundfläche mag im Quadrat sein oder nicht und das Ganze gilt ebenso vom Kegel, wie von der Pyramide.

1′ 8″ und ihr senkrechter Abstand von der Mitte 1,2′ mißt, wenn das Kbdm. zu liefern, zu verarbeiten und aufzubauen 10,5 Sgr. oder auch nur 35 kr. kostet?

3) Was kostet eine Treppe von 12 Stiegen, wenn jede Stiege 1′ dick, 1′ 8″ breit und 7′ 5″ lang ist, wenn die unteren Theile der Seiten 2 Parallelepipeda von 20′ Länge, 1′ 3″ Dicke und 16′ Höhe, die 2 folgenden Seitentheile ebenfalls 2 Parallelepipeda von 10′ Länge, 1′ 3″ Dicke und 6′ Höhe sind und wenn das Kbdm. für Lieferung und Bearbeitung 24 kr. oder nach einem anderen Gebot $8^1/_2$ Sgr. kosten soll?

## VIII. Schlosserarbeit.

Wie viel Thlr. und Sgr. kosten 7 Ofenschirme in eine öffentliche Anstalt, wenn dieselben aus Eisenblech verfertigt, an der Vorderseite 2′ 9″, an den Nebenseiten 2′ 7″, durchgehends aber 3′ 2″ breit, an Charnieren zusammenlegbar und mit einem $1^1/_2$′ hohen Fuße versehen sind, wenn das □dm. = $^1/_4$ Klgr. wiegt und das Klgr. mit 15 oder auch mit 10 kr. für Arbeitslohn und Material bezahlt wird?

2) Eine Geldkasse, 2′ 5″ l., 1′ 8′ br., 1′ 9″ hoch, soll mit Eisenblech beschlagen werden. Was wird das kosten, wenn das □dm. $1^1/_9$ Klgr. schwer ist und das Klgr. sammt Arbeitslohn mit $19^3/_4$ kr. bezahlt wird?

3) Was kosten folgende Rohrstücke:

a) ein Eisenblechrohr 21′ l., 1′ 1″ Umfang, der □′ = $^3/_4$ ℔., das Klgr. Rohr kostet 24 kr.;

b) ein anderes Rohr aus Eisenblech, 42′ l., 1′ 4″ Umfang, das □dm. $1^1/_8$ ℔., das Klgr. 28 kr.;

c) eine Platte, 13′ l., 4′ br., das □dm. = $^1/_2$ ℔.; das Klgr. = $26^2/_3$ kr.;

d) ein Kuchenblech, 2′ 9″ l., 1′ 8″ br., das □dm. = $^1/_2$ ℔., das Klgr. = $20^1/_2$ kr. Hierbei ist der Arbeitslohn mit einbegriffen.

## IX. Hüttenarbeit.

1) Was kostet eine gußeiserne 4seitige Säule von 1′ 4″ Kante und 18′ Höhe, wenn das Kbdm. = $^1/_6$ Ctr wiegt (à 100 ℔.) und wenn das Klgr. $2^5/_6$ Sgr. kostet?

2) Was kostet die darauf zu stellende 4seitige, abgestumpfte Pyramide, wenn die Grundkante 1′, die obere 5″, die Höhe 10′ 6″, das spez. Gewicht dieser Masse $8^1/_2$ ist und das Klgr. mit $13^3/_4$ kr. bezahlt wird?

## X. Blechschmiedearbeit.

1) Was kostet eine $580^2/_3$′ lange Dachrinne mit Abfallrohr und verjüngtem Schwanenhals, wenn das l. dm.˙ der 5″ weiten Rinne (aus doppeltem Kreuzblech der Länge nach, nebst Oelanstrich, genommen) 8 kr., das l. dm. des Abfallrohres ($2^1/_2$″ weit) auch 8 kr. und der Schwanenhals 3 fl. 30 kr. kostet?

2) Was würde ein solches Rohr kosten, welches 7″ weit ist, also aus eben solchem Blech besteht, wobei aber die Blechtafeln quer und ganz genommen wurden, wenn das laufende dm. $4^1/_2$ kr., vom Abfallrohr $7^3/_4$ kr. und Schwanenhals 4 fl. 40 kr. kostet?

3) Was kostet eine Rinne von $1080^1/_2$′, wenn die Tafel quer aber nur halb genommen wird, wenn das l. dm. der Rinne 2 kr., der des $1^1/_2$″ breiten Abfallrohres auch 2 kr., der Schwanenhals aber 2 fl. 42 kr. kostet?

## XI Vermischte Aufgaben.

1) Was kostet in folgendem Anschlage 2 Schweineställe unter einem Dache zu erbauen?

### A. Grundarbeit.

a) Eine Dunggrube auszugraben, 12′ l., 9′ br. und 4′ tief.

b) Das Fundament zum Schweinstall.

I. und III. Stück à 15′ 3″ l., 1′ 5″ br. und 1′ tief.

II. und IV. Stück à 6′ 8″ l., 1′ 5″ br. und 1′ tief; auch den Grund zu verkarren à 15 Kbdm. 4 Pfg. oder auch $^3/_4$ kr.

### B. Maurerarbeit.

1) Die Ringmauer zur Dunggrube mit Kalkmörtel aufzuführen, oben mit 3″ dicken Bruchsteinplatten zu belegen. Das

I. und III. Stück ist 12′ l., 5′ tief und 1′ 5″ dick, das

II. und IV. Stück ist 9′ l.′ 5′ tief und 1′ 5″ dick.

2) Die Fundament- und Sockelmauer zum Schweinstall

I. und III. Stück 15′ 3″ l., 2′ hoch, 15″ dick,

II. und IV. Stück 6′ 8″ l., 2′ hoch, 1′ 5″ dick.

Stockmauer der Hinterseite nur 1 Stück 15′ l., 5′ h., 2′ dick.

Arbeitslohn, sämmtliches Material per Kbm. 50 kr. oder auch 14 Sgr. 7 Pf. und von den Platten das □M. 1 fl. 4 kr. oder auch 18 Sgr. 9 Pfg.

3) Die Schildgefache mit hart gebrannten Backsteinen und Kalkmörtel auszumauern.

I. Stück = 7′ l., 6′ br.
II. „ = 7′ l., 3′ br.
III. „ = 9′ 5″ l., 6′ br.
IV. „ = 15′ l., 6′ br. Die zwei Dachgiebel à 6′ l., 4′ 5″ br. über Holz und Gefach gemessen, per □M. 1 fl. 12 kr. oder auch 20 Sgr. 10 Pf. für die Arbeit und das Material.

4) Die Bodenfläche zu stücken, zu wickeln, unten und oben gleichzustreichen, 6 Stück à 8′ l., das l. M. 18 kr. 2 ₰. oder auch 7 Sgr. 2 Pf.

## C. Steinhauerarbeit.

1) Lieferung von zwei 6′ 5″ l., 6′ h. und 1′ breiten Thürschwellen aus rothem Sandstein à Kbdm. 5 kr. oder $1^1/_2$ Sgr.

2) Zwei Tröge à 6′ l., 1′ 1″ br., 8″ h., à Kbdm. für Material und Arbeit 12 kr. oder $3^3/_4$ Sgr.

## D. Zimmermannsarbeit.

1) An Eichenschwellen und Eckpfosten ist nöthig 29′ 5″ l., 7″ h., 6″ br., à Kbdm. 2 kr. 3 ₰. oder auch 1 Sgr. 7 Pf.

2) Ferner Hölzer zu Riegeln und Pfosten $305^1/_2$′ l., der l. ′ 12 kr.

3) Acht Dachsparren 96′ l., das l. M. 24 kr. oder auch 6 Sgr. 9 Pf.

4) Die zwei Böden mit 3″ dicken Eisenbohlen zu belegen, à 7′ l., 6′ br. per □M. 2 fl. 24 kr. oder auch 1 Thlr. 15 Sgr. 10 Pf.

5) Die Scheidewand auf beiden Seiten mit $1^1/_2$″ dicken Eichenbohlen zu beschlagen, à 7′ l., 3′ h., das □M. 30 kr. 3 ₰. oder auch 9 Sgr. 6 Pf.

## E. Dachdeckerarbeit.

Das Dach mit sauber gefugten, trockenen Dachborden zu verschalen und mit Langhecker Schiefer Nro. 1 so einzudecken, daß jeder Stein mit 3, die Fuß-, First- und Ortsteine oben mit 5—6 Nägeln befestigt werden

und daß jeder Stein zu $^1/_3$ über Rücken und Brust bedeckt wird. Der Accordant liefert sämmtliches Material. Das Dach ist l. 16′ 5″, hoch 12′ 6″, per □M. 40 kr. oder 11 Sgr. $10^1/_2$ Pf.

F. Schreinerarbeit.

1) Zwei doppelte Thüren anzufertigen; das Blindholz von 1″ dicken Eichen=, die Verdoppelung von Tannen=Dielen; dreimaliger brauner Oelanstrich. Jede Thüre ist 4′ 5″ h., 2′ 6″ br., à □M. 2 fl. 40 kr. oder 1 Thl. 10 Sgr. 9 Pf.

2) Einen einfachen Laden von Tannenholz mit aufgenagelten Leisten und einer Verstrebung; dreimaliger brauner Oelanstrich. Die Leisten sind 2″ br.; so lang als der Laden breit ist; die Verstrebung ist 4″ kürzer als der Laden lang. Der Laden ist 3′ 5″ h. und 2′ br., à □M. 1 fl. 30 kr. oder 23 Sgr.

3) Die 4 Stirnbord am Dache abzuhobeln, anzuschlagen, mit einem dreimaligen braunen Oelanstrich zu versehen, 16′ 5″ l., 12″ br., à □M. 1 fl. 30 kr. oder auch 25 Sgr. 10 Pf.

G. Schlosserarbeit.

a) Die zwei Schweinstallthüren mit 2 langen Banden, mit Kloben und Riegeln, auf Blech laufend, zu beschlagen, à 2 fl. 10 kr. oder auch 1 Thlr. 8 Sgr.

b) Den Laden mit 2 Banden, mit Kloben und mit einem Riegel auf Blech zu beschlagen 1 fl. 24 kr. oder 15 Sgr. 9 Pf.

2) Wie viel Feldruthen sind 4750 □M. und wieviel Are sind 7564 □°?

3) Wie viel □M. sind 1084 Feldruthen und 99 Feldschuhe?

4) 420′ 7″ 10‴ sind wie viel Meter? 963′ 9″ 7‴ sind wie viel M., dm., zm.?

5) Was kosten 754′ Gußrohr, wenn das l. M. = 42 ℔. 8 Lth. wiegt und das ℔. mit $4^1/_4$ kr. oder auch $1^3/_4$ Sgr. bezahlt wird?

6) Was kosten $7650^1/_2$′ Tannenrohr für eine Brunnenleitung, wenn das l. M. mit $14^3/_4$ kr. bezahlt wird und die Zahlung in Thlrn. erfolgt? (Versteht sich: für Fällen, Bohren, Fertigen der Spunden und Material.)

7) Wie viel Bäume sind an eine 4 Stunden l. Straße zu beiden Seiten nöthig, wenn die Stunde 12,000′ lang ist, alle 10 M. ein Baum

zu stehen kommt, für Kreuzwege, Brücken 2c. 854′ abgehen; wie viel Thlr. kostet die Bepflanzung, wenn das Stämmchen durchschnittlich 24 kr. 2 ₰. oder auch 6,25 Sgr. kostet und wenn für Arbeitslohn und Pfähle 95 Thlr. 24 Sgr. gerechnet werden?

8) Ein Acker von 4375 □M. Inhalt ist 54,83 M. breit, wie lang ist er?

9) Ein anderer Acker von △sform ist 494,48 □M. groß und seine eine Furche ist 24,7 M. l., wie groß ist deren Abstand von der gegenüberliegenden Spitze?

10) Eine Wiese ist 843,54 □M. groß; sie ist 14,75 M. breit; was kostet ein Bewässerungsgraben der ganzen Länge nach, welcher 1′ tief, 8″ breit wird, wenn das Kbdm. der Grundarbeit mit 1 ₰. = 1/4 kr. oder auch 2 Pf. bezahlt wird?

11) Um einen kreisrunden Bassin führt ein Weg. Der Durchmesser von der äußeren Wegseite zur entgegengesetzten beträgt 120° 8′ 3″, der Weg selbst ist 5′ 6″ breit und überall 4′ 3″ von der Einfassung des Bassin entfernt. Wie groß ist: a) der Bassin; b) der Ring zwischen Bassin und Weg; c) der Weg selbst, wie viel beträgt r, d und p dieser Größen; d) wie viel Robinien gehen um den Weg innen und außen, wenn 1,54 M. vom Wege entfernt alle 3,5 M. ein Stämmchen zu stehen kommt; e) wie viel Gulden kostet das Ganze, wenn das Stück durchschnittlich mit 5 Sgr. 7 Pf. bezahlt wird und wenn der Arbeitslohn und der Ankauf der Pfähle 26 Thlr. 14 Sgr. betragen?

12) Dieser Bassin soll mit rothem Sandstein eingefaßt werden. Die hierzu dienenden Steine sind etwas gebogen, jedes Stück ist 1,75 M. l., 1,8 M. hoch, 0,5 M. dick. Wie viel Gulden wird das Ganze kosten, wenn das Kbdm. für Material und alle Arbeit mit 2 Sgr. 4 Pf. oder auch mit 9 kr. bezahlt wird?

13) In einem kreisrunden Weiher steht ein Thurm von 73′ Umfang; der Weiher selbst hat 4080′ Umfang. Vom Ufer zum Thurme soll eine Brücke gebaut werden. Wie viel Meter lang wird diese, wenn man auf die Krümmung 4,75 M. zugibt?

14) Der Umfang eines Kreises ist 15° 6′ 7″, wie lang ist ein Bogen in M. von 19° 8′, ein anderer von 59° 10′ und ein dritter von 42° 16′?

15) Der Halbmesser eines Kreises ist 5⁰ 6′ 3″, wie viel Grad, Min. und Sek. hat ein Bogen von 16⁰ 7′ 3″?

16) Der Durchmesser eines Kreises ist 49⁰ 6′ 3″, wie groß ist r, p, q; wie groß ist ferner ein Ausschnitt dieses Kreises, dessen Bogen 33⁰ 14′ ist? Wie groß ist der Ausschnitt von diesem Kreise, wenn der Bogen 6 Ruthen 9 Fuß und 7″ lang ist? Alles in Metermaß.

17) Bei einem △förmigen Acker ist die Entfernung einer Furche von der Spitze gleich 16⁰ 9′ 7‴; der Acker hält 149 □⁰ 62 □′ 39 □″; wie groß ist die Furche in Metern?

18) Auf einer Bleichanstalt ist über 64 Pfosten ein Seil gespannt; jeder Pfosten steht um 18′ 9″ von dem folgenden; jeder Pfosten ist 4″ dick, die Seil-Krümmung von einem Pfosten zum andern beträgt 5″, vom Seil bleiben 13′ 7″ 8‴ übrig; wie lang ist das Seil in Metern?

19) Jemand läßt ein Zimmer tapezieren. Dasselbe ist 64′ 3″ l., 48′ 9″ br., 12′ 4″ h., hat eine Lambris von $2^1/_4$′ Höhe, 3 Thüren à durchschnittlich 7′ 3″ h., 3′ 4″ br., 6 Fenster à 5′ 7″ h., 3′ 1″ br. Jedes Stück Tapete ist 15 Ellen = 30′ l., $^7/_8$ Ellen br. und kostet 54 kr. 2 ₰. Die Elle Bordure kostet $10^3/_4$ kr. Das Malen der Decke kostet 7 fl. 24 kr. Das Weißen 1 fl. 30 kr. Die 6 Fenster haben 18 □′ Holzwerk. Auch alles sonstige Holzwerk wird angestrichen und kostet per □′ 2 kr. Der Tapezierer erhält 4 fl. 34 kr. Wie viel Thaler kostet das Ganze? und wie groß sind aber sämmtliche 6 Flächen in Metern? (Boden und Decke mitgerechnet.)

20) Was kosten die Schienen auf einer Eisenbahn von 5 St. 34 M. L., wenn die Stunde = 12000′ ist, wenn 1 l. M. = $28^1/_2$ ℔. wiegt und das ℔. mit $1^1/_2$ Sgr. oder auch wenn es mit $5^3/_4$ kr. bezahlt wird?

21) Was kostet ein $40^3/_4$ St. langer Kupferdraht, wenn 80′ l. $^1/_2$ Klgr. wiegen und wenn das Klgr. mit $2^5/_6$ Sgr. oder auch mit 9 kr. 2 ₰. bezahlt wird?

22) Ein Trottoir soll mit Asphalt belegt werden. Das Trottoir ist 5008′ l., 5′ 5″ br. Wie viel Platten sind erforderlich, wenn eine 4′ 8″ l. und 2′ 7″ br. ist? (In der Wirklichkeit macht man die Platten so groß, wie nöthig.) Was wird das Ganze kosten, wenn das □M. für Material und Arbeit mit 1 fl. 42 kr. oder auch mit 1 Thlr. 7 Sgr. 9 Pfg. bezahlt wird?

23) Eine halbkreisförmige Oeffnung soll mit Eisenblech geschlossen werden. Der D der Oeffnung ist 4′ 7″ 3‴; der □′ Blech wiegt $^5/_{16}$ Klgr. und das Klgr. wird mit $22^3/_4$ kr. bezahlt. Was kostet dieß in Thalern?

24) Jemand hat einen Garten von 624 × 3,5576 M. Länge und 84,3 × 3,5576 M. Länge. Da derselbe nahe bei der Stadt liegt, so wird eine Baulinie durch denselben angelegt. Er giebt deßhalb ab an A 46 □° 70 □′ à 4 fl. 30 kr.; an B 63 □° 54 □′ à 6 fl. 54 kr.; an C 30 □° 75 □′ à 7 fl. 40 kr.; an D 26 □° 75 □′ à 5 fl. 26 kr. und endlich noch 11 □° 46 □′ zu einem Wege; wie viel gibt er im Ganzen ab, wie viel Thaler löst er und wie viel Land behält er?

25) Es hat Jemand einen Acker längs der Straße. Derselbe enthält 226 □° 49 □′ und ist 83′ 4″ l. Weil die Straße erweitert werden soll, gibt er von der Breite des Ackers ab 1° 5′ 6″. Wie viel M. breit bleibt der Acker?

26) Eine Kunstreitergesellschaft braucht einen Cirkus von 64′ Durchmesser; dieser Raum soll mit einem Zelttuche in Form eines Kegels 36′ hoch überspannt werden; zwischen dem Zelttuche und der eigentlichen Rennbahn ist ein 4′ 8″ br. Zuschauerraum. Wie groß ist a) die ganze Kreisfläche in M.; b) wie viel □M. Tuch sind nöthig zur Ueberspannung des Zeltes; c) wie viel Menschen faßt der Zuschauerraum, wenn auf die Person 0,75 □M. kommen und d) wieviel Gulden und Thlr. nimmt die Gesellschaft an einem Abend ein, wenn der ganze Raum gefüllt ist und sie von jeder Person durchschnittlich $1^1/_2$ Sgr. oder auch ein andermal 5,25 kr. erhält?

27) Folgendes sind die Seiten eines irregulären 6ecks: 4° 6′ 3″; 9° 8′ 7″; 3° 3′ 3″; 7° 4″; 5° 2′; 3° 9′ 4″ und folgendes die Abstände der Seiten von einem Punkte im Innern; 3° 8″; 7° 4′; 2° 9″; 6° 5′ 8″; 4° 5′ 4″; 2° 9′ 9″. Wie groß ist dieses Sechseck und wie viel Gulden würde dieß zu dielen kosten, wenn der □dm. mit $1^1/_2$ Sgr. bezahlt würde?

28) Silber krystallisirt in Würfeln und regulären Octaedern (regelmäßigen 8flachen). Wenn man nun 2 Silberkrystalle, einen Würfel und ein Octaeder, hat; wie werden sich diese ihrer Oberfläche, ihrem Gewichte und Werthe nach verhalten, wenn eine Kante des Würfels 6″ 5‴; eine Kante des Octaeders 4″ 7‴, der Abstand dieser Kante von einer

Spitze 3″ 4‴ und eine Achse 6″ 9‴ beträgt, wenn das spez. Gewicht des Silbers = 10,5 und der Werth von 1 Loth = 1 fl. 6 kr. gesetzt wird?

29) Eine Mark Silbergewicht sind 16 Loth. Nach Alexander von Humboldt lieferten die spanischen Kolonien in Amerika in 311 Jahren 512,700,000 Mark Silber. Wie viel Kb′ sind dies, da das spez. Gewicht des Silbers = 10,5 ist? (1 Kb′ Wasser = 54 ℔.)

30) Als A. v. Humboldt die Kolonien verließ, war die jährliche Ausbeute noch 3,460,000 Mark. Wie lang würde eine 4′ 3″ breite und 1″ dicke Platte aus dieser Metallmasse werden?

31) Wie viel Kb.′ Gold lieferten die spanischen Kolonien durchschnittlich jährlich und was war die jährliche Ausbeute werth, da sie in 311 Jahren 3,625,000 Mark Gold gaben. Ein Kilogramm gleich 2 ℔. = 1442 fl. werth. Spez. Gewicht des Goldes 19.

32) Es gibt Mineralien, die in Pyramidenwürfeln krystallisiren, d. h. in Würfeln, auf deren Flächen Pyramiden aufgesetzt sind. So ist's z. B. beim Flußspath. Wie groß ist ein solcher Pyramidenwürfel, dessen Kante 2′ 3″ und wobei die Pyramide $\frac{d}{3}$ *) heißt? Ferner, wie schwer ist der Würfel, da das spez. Gewicht des Flußspathes = 3,1 beträgt?

33) Wie verhalten sich 2 Marmorwürfel von 6′ 3″ und 4′ 7″ Kante in Rücksicht ihrer Größe und ihres Gewichts, da das spez. Gewicht des Marmors = 2,5 ist?

34) Ein Sandsteinprisma kostet 36 fl. 48 kr.; was beträgt der Fuhrlohn auf 16 St. Wegs, wenn man vom Ctr. per St. 6 kr. gibt; wenn der Kb.′ im Ankauf 54 kr. kostet und das spez. Gewicht des Sandsteins 2,3 ist?

35) Wie groß ist die Grundfläche einer prismatischen Säule von 175 Kb.′ 800 Kb.″ und 21′ 6″ Höhe; wie schwer ist die Säule, wenn

---

*) $\frac{d}{3}$ heißt: die Pyramidenhöhe ist = $\frac{1}{3}$ der Würfelkante. Bis jetzt sind folgende Höhenverhältnisse der Pyramidenhöhe zu der Würfelkante beobachtet worden: $\frac{2}{3}$ d; $\frac{1}{5}$ d; $\frac{1}{3}$ d; $\frac{1}{5}$ d; $\frac{1}{2}$ d. Pyramiden-Höhe = $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$; $^2/_3$, $^2/_5$ der Würfelkante. Sollte auch die Oberfläche einer solchen Gestalt gefunden werden, so müßte man den Abstand einer Würfelkante von der Pyramidenspitze wissen.

das spez. Gewicht ihrer Masse = 7,5 ist und was ist sie werth, wenn man das ℔. mit 3½ kr. bezahlt?

36) Ein Thurm ist cylindrisch, 180′ h., 24′ 6″ d. und sein innerer Durchmesser beträgt 18′ 9″; wie groß ist seine Masse, sein hohler Raum und wie groß ist sein Volumen, seine innere und seine äußere Fläche und was würden die beiden letzteren zu verputzen kosten, wenn der □′ mit 2 kr. bezahlt würde?

37.*) Wie groß ist d, r u. p eines Kreises, dessen Flächeninhalt 5 □M. 76 □dm. beträgt?

38) Wie groß ist die Grundkante einer vierseitigen Pyramide von 162 Kb° und einer Höhe von 8 M.?

39) Die Seite eines regulären Achtecks ist 17′ lang, wie groß ist der Flächeninhalt desselben in □M.?**)

40) Der Kubikinhalt eines Kegels von 0,7 M. Höhe beträgt 17,3 Kbm., wie groß ist der Durchmesser seiner Grundfläche in Fußen?

41) Es soll ein Würfel aus Blei gegossen werden, der 245,3 Klgr. schwer ist; wie lang ist eine Kante desselben in Zollen zu machen, wenn das spez. Gewicht des Bleies 11,35 ist?

42) Eine Messingwalze soll 44 Klgr. wiegen und 12″ lang sein; welchen Durchmesser hat man dieser Walze in Zollen zu geben (spez. Gewicht = 8,2)?

43) Ein Heuboden ist 13,5 M. über der Erdoberfläche; wie viel Fuß muß eine Leiter groß sein, auf der man auf den Boden gelangt, wenn sie 1,35 M. unten von der Wand absteht?

44) Die Gesammtoberfläche eines Würfels beträgt 84 □M., wie groß ist eine Kante desselben in Fußen?

45) Eine Pyramide hat ein gleichseitiges Dreieck von 3,4 M. Seitenlänge zur Grundfläche und ist 5,3 M. hoch; wie viel Kb′ enthält sie?

46) Ein Blechgefäß soll 12,5 Liter halten; es hat einen Durchmesser von 2,9 dm. Wie viel Fuß muß es hoch gemacht werden?

---

*) Diese und die folgenden Aufgaben sind für Schüler bestimmt, die die Quadrat- und Kubikwurzel ausziehen können.

**) Man denke sich die 1., 3., 5. und 7. oder die 2., 4., 6. und 8. Seite des Achtecks nach beiden Seiten so verlängert, daß ein Quadrat entsteht, suche dessen Inhalt und ziehe den der 4 rechtw. gleichsch. Enddreiecke a b.

47) Wie viel beträgt der Flächeninhalt eines regulären Sechsecks von 5,3′ Seitenlänge?

48) Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks ist 27,3 M. lang und die Höhe des Dreiecks beträgt 36,3 M., wie viel Quadratfuß enthält es.

49) Die Höhe einer abgekürzten dreiseitigen Pyramide beträgt 9,75′, die Entfernung einer Grundkante von der Axe = 2,3′, einer oberen Kante von der Axe = 1,7, der Flächeninhalt der Basis = 13,4 □′ der des Querschnittes = 6,9 □′; wie viel Kbdm. enthält dieser Pyramidenstumpf?

50) Wie viel dm. lang ist eine Seite der Grundfläche einer 13,5′ hohen Pyramide, die eine quadratische Grundfläche hat und 175,3 Kb.′ enthält?

51) Der Inhalt eines Kreises ist 56,75 □dm. Wie groß ist das in ihm beschriebene Sechseck?

52) Die Diagonale eines Quadrates ist 17,75′; wie viel dm. ist eine Seite des Quadrates lang und wie viel □dm. hält das Quadrat?

53) Zwei Würfel verhalten sich ihrem Inhalte nach wie 3,375 : 79,507; wie verhalten sich ihre Kanten?

54) Zwei Quadrate verhalten sich wie 29,16 : 67,24; wie verhalten sich ihre Seiten und ihre Diagonalen?

---

## Berichtigungen.

Seite 38, Z. 2 v. u. das Komma hinter 3 zu streichen.
„ 48, „ 9 v. o. lies 0,25 □M. statt 25 □M.
„ 48, „ 11 v. u. die Gleichheitszeichen zu ordnen.
„ 51, „ 14 v. o. 8 × 6 statt 8 = 6.
„ 90, „ 10 v. o. das Komma zwischen C. und D. zu streichen.
„ 90, „ 4 v. u. $r^2 \pi$ statt $r^3 \pi$.
„ 94, Aufg. 4 ist Kbm. zu streichen.
„ 94, Z. 3 v. u. Zoll statt Fuß.
„ 98, „ 2 v. u. a — b statt b′.
„ 104, „ 16 v. o. setze r statt a.
„ 114, „ 4 v. u. m statt f.
„ 127, „ 3 v. u. W. statt M.
„ 128, „ 16 v. u. kosten statt kostet.

## Tabelle I und II

der seither in den verschiedenen Staaten Deutschlands 2c. üblichen Längenmaße, deren Verhältniß zum Meter und umgekehrt.

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Anhalt. | 1° = 12' | 1° = | 3,766 | 1 = | 0,265° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,314 | 1 = | 3,19' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,026 | 1 = | 38,28" |
| | | 1"' = | 0,002 | 1 = | 459,36"' |
| | | 1 Elle = | 0,636 | 1 = | 1,572 Köth. E. |
| 2. Baden. | 1° = 10' | 1° = | 3, | 1 = | 0,333° |
| (Ebenso ist es in | 1' = 10" | 1' = | 0,3 | 1 = | 3,33' |
| der Schweiz.) | 1" = 10"' | 1" = | 0,03 | 1 = | 33,3" |
| | 1 Klftr. = 6' | 1"' = | 0,003 | 1 = | 333,3"' |
| | 1 Elle = 2' | 1 Klftr. = | 1,8 | 1 = | 0,55 Klftr. |
| 3. Bayern. | 1° = 10' | 1° = | 2,919 | 1 = | 0,343° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,292 | 1 = | 3,426' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,112" |
| | 1 Elle = 2' 10,25" | 1"' = | 0,002 | 1 = | 493,344"' |
| | | 1 Elle = | 0,83 | 1 = | 1,205 Ell. |
| 4. Braunschweig. | 1° = 16' | 1° = | 4,568 | 1 = | 0,219° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,285 | 1 = | 3,504' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,024 | 1 = | 42,1" |
| | 1 Elle = 2' | 1"' = | 0,002 | 1 = | 505,2"' |
| | | 1 Elle = | 0,571 | 1 = | 1,751 Ell. |
| 5. Bremen. | 1° = 16' | 1° = | 4,624 | 1 = | 0,216° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,289 | 1 = | 3,456' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,472" |
| | 1 Elle = 2' | 1"' = | 0,002 | 1 = | 497,664"' |
| | 1 Klftr = 6' | 1 Elle = | 0,578 | 1 = | 1,73 Ell. |
| 6. Frankfurt a. M. | 1 Wldr. = 15,8489' | 1 Wr. = | 4,5108 | 1 = | 0,221° |
| | 1 Feldr. = 12,5' | 1 Fr. = | 3,5576 | 1 = | 0,281° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,28461 | 1 = | 3,515' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,023 | 1 = | 42,18" |
| | 1 Klftr. = 6' | 1"' = | 0,00198 | 1 = | 506,16"' |
| | | 1 Elle = | 0,547 | 1 = | 1,82 Ell. |
| 7. Hamburg. | 1 Geestr. = 16' | 1 Gr. = | 4,576 | 1 = | 0,218 Gr. |
| | 1 Marschr. = 14' | 1 Mr. = | 3,984 | 1 = | 0,251 Mr. |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,286 | 1 = | 3,496' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,95" |
| | 1 Elle = 2' | 1"' = | 0,002 | 1 = | 503,42"' |
| | 1 Klftr. oder Faden = 6' | 1 Elle = | 0,572 | 1 = | 1,748 Ell. |
| | | 1 Klftr. = | 1,716 | 1 = | 0,583 Klftr. |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 8. Hannover. | $1^0$ = 16' | $1^0$ = | 3,504 | 1 = | 0,285$^0$ |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,292 | 1 = | 3,424' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,008" |
| | 1 Elle = 2' | 1"' = | 0,002 | 1 = | 493"' |
| | 1 Klftr. = 6' | 1 Elle = | 0,584 | 1 = | 1,712 Ell. |
| | | 1 Klftr. = | 1,752 | 1 = | 0,571 Klftr. |
| 9. Hessen-Darmstadt. | 1 Klftr. = 10' | 1 Klftr. = | 2,5 | 1 = | 0,4 Klftr. |
| | 1' = 10" | 1' = | 0,25 | 1 = | 4' |
| | 1" = 10"' | 1" = | 0,025 | 1 = | 40" |
| | 1 Elle = 2,4' | 1"' = | 0,0025 | 1 = | 400"' |
| | | 1 Elle = | 0,6 | 1 = | 1,66 Ell. |
| 10. Hessen-Homburg. | 1 Feldruthe = 12' 1,541" Wkmß. mit dezimal. Eintheilung; 1 Werkschuh = 12"; 1" = 12"' | 1 Fldr. = | 3,7807 | 1 = | 0,264 Fr. |
| | | 1 Fschuh = Werkmaß u. Elle wie bei Frankfurt a. M. | 0,378 | 1 = | 2,64 Fsch. |
| 10a. Meisenheim. | $1^0$ = 15' | $1^0$ = | 5 | 1 = | 0,2$^0$ |
| | 1' = 10" | 1' = | 0,333 | 1 = | 3' |
| | 1" = 10"' | 1" = | 0,033 | 1 = | 30" |
| | | 1"' = | 0,003 | 1 = | 300"' |
| | | 1 Elle = | 0,6 | 1 = | 1,66 Ell. |
| 11. Hessen-Kassel. | $1^0$ = 14 alte kass. Fuß mit dezimal. Thlg.; 1 Normalfuß = 12", 1" = 12"' 1 Elle = 2 alte Fß. | $1^0$ = | 3,989 | 1 = | 0,250$^0$ |
| | | 1 alt. Fß. = | 0,285 | 1 = | 3,5 alte Fß. |
| | | 1 Nmlfß. = | 0,288 | 1 = | 3,472' |
| | | 1 Zoll = | 0,024 | 1 = | 41,664" |
| | | 1 Linie = | 0,002 | 1 = | 499,968"' |
| | | 1 Elle = | 0,570 | 1 = | 1,754 Ell. |
| 12. Holstein Schleswig. (Wie in Hamburg.) | | | | | |
| 13. Lichtenstein. (Wie in Oesterreich.) | | | | | |
| 14. Lippe-Detmold. | $1^0$ = 16 Werkfuß mit dezim. Thlg. | 1 Ruthe = | 4,624 | 1 = | 0,216$^0$ |
| | 1 Werkfß. = 12" | 1 Feldfß. = | 0,462 | 1 = | 2,16 Fs. |
| | 1" = 12"' | 1 Wrkfß. = | 0,289 | 1 = | 3,46' |
| | 1 Elle = 2' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,520" |
| | | 1"' = | 0,002 | 1 = | 498,24"' |
| | | 1 Elle = | 0,578 | 1 = | 1,73 Ell. |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 15. Lippe-Schaumburg. | 1° = 16' | 1° = | 4,640 | 1 = | 0,215° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,290 | 1 = | 3,448' |
| | 1" = 12''' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,376" |
| | 1 Lachter = 7' | 1''' = | 0,002 | 1 = | 496,512''' |
| | 1 Elle = 2' | 1 Lchter = | 2,030 | 1 = | 0,492 L. |
| 16. Lübeck. | 1° = 16' | 1° = | 4,608 | 1 = | 0,217° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,288 | 1 = | 3,472'' |
| | 1" = 12''' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,664" |
| | 1 Elle = 2' | 1''' = | 0,002 | 1 = | 499,968''' |
| | | 1 Schffsf. = | 0,292 | 1 = | 3,421 Schf. |
| | | 1 Elle = | 0,576 | 1 = | 1,736 Ell. |
| (Die luxemburgischen Längenmaße sind gleich den französischen.) | | | | | |
| 17. Mecklenburg-Schwerin. (Elle wie in Hamburg; Landesvermessungsfuß wie in Lübeck; Ruthe wie in Lübeck; Fldmesssfß. wie in Preußen.) | | | | | |
| 18. Mecklenburg-Strelitz. (Wie in Schwer.) | | | | | |
| 19. Nassau. | 1 Feldr. = 10' 2c. | 1 Feldr. = | 5 | 1 = | 0,2 Feldr. |
| | 1 Wrkf. = 10" 2c. | 1 Feldf. = | 0,5 | 1 = | 2,000 Feldf. |
| | 1 Elle = 2' | 1 Wrkf. = | 0,3 | 1 = | 3,333 Wrkf. |
| | | 1 Zoll = | 0,03 | 1 = | 33,33" |
| | | 1 Linie = | 0,003 | 1 = | 333,3''' |
| | | 1 Elle = | 0,6 | 1 = | 1,666 Ell. |
| 20. Oesterreich. | 1 Werkr. = 12' | 1 Wrkr. = | 3,7932 | 1 = | 0,2636° |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,3161 | 1 = | 3,1632' |
| | 1" = 12''' | 1" = | 0,0263 | 1 = | 37,958" |
| | 1 Elle = 2,465' | 1''' = | 0,0022 | 1 = | 455''' |
| | 1 Klftr. = 6' | 1 Elle = | 0,779 | 1 = | 1,2837 Ell. |
| | | 1 Klftr. = | 1,896 | 1 = | 0,5272 Kl. |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 21. Oldenburg. | 1 Ruthe = 10' | $1^0$ = | 2,9588 | 1 = | 0,3379 R. |
| (Birkenf.-Preuß.) | 1' = 12" | 1' = | 0,2959 | 1 = | 3,379' |
| (Fstth. Lüb.-Hmb.) | 1" = 12"' | 1" = | 0,0247 | 1 = | 40,55" |
| | | 1"' = | 0,0021 | 1 = | 486,6"' |
| | | 1 Elle = | 0,59 | 1 = | 1,7 Ell. |
| 22. Preußen. | $1^0$ = 12' | $1^0$ = | 3,766 | 1 = | 0,2655 R. |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,3138 | 1 = | 3,186' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,0261 | 1 = | 38,23" |
| | 1 Faden = 6' | 1"' = | 0,0022 | 1 = | 458,7"' |
| | 1 Lachter = 6 2/3' | 1 L. = | 2,0932 | 1 = | 0,477 L. |
| | 1 Elle = 25 1/2" | 1 Elle = | 0,669 | 1 = | 1,491 E. |
| 23. Reuß-. a. Greiz. | $1^0$ = 16' | $1^0$ = | 4,6016 | 1 = | 0,2171 |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,2876 | 1 = | 3,4736' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,0240 | 1 = | 41,683" |
| | | 1"' = | 0,002 | 1 = | 500"' |
| | | 1 Elle = | 0,5885 | 1 = | 1,69 E. |
| b. Gera. | 1 Fldr. = 12 Fldf. | 1 Fldr. = | 3,766 | 1 = | 0,265 Fldr. |
| | 1 Wrkf. = 12" | 1 Fldf. = | 0,3138 | 1 = | 3,186 Fldf. |
| | 1" = 12"' | 1 Wrkf. = | 0,2864 | 1 = | 3,492' |
| | 1 Ell. = 2' | 1" = | 0,0238 | 1 = | 41,88" |
| | | 1"' = | 0,0020 | 1 = | 501,6"' |
| | | 1 Elle = | 0,5721 | 1 = | 1,746 E. |
| c. Schleiz. (Fldmß.-Preuß.) | 1' = 12" | 1' = | 0,2876 | 1 = | 3,477' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,024 | 1 = | 41,724" |
| | | 1"' = | 0,002 | 1 = | 500,6"' |
| | | 1 Ell. = | 0,5653 | 1 = | 1,76 E. |
| 24. Sachsen. Königreich. | $1^0$=15'2" dz.gthlt | $1^0$ = | 4,2950 | 1 = | $0,2328^0$ |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,2831 | 1 = | 3,532' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,0236 | 1 = | 42,36" |
| | 1 Lpz.E.=2 Lpz.F. | 1"' = | 0,002 | 1 = | 507,6"' |
| | | 1 Lpz.E. = | 0,5653 | 1 = | 1,77 E. |
| 25. Sachsen-Altenburg. Fuß u. Zoll wie Kgr. Sachsen. | $1^0$ = 20' | $1^0$ = | 5,664 | 1 = | $0,1765^0$ |
| 26. Sachsen- a. Coburg. | $1^0$ = 14' | $1^0$ = | 4,2546 | 1 = | $0,235^0$ |
| | 1' = 12" | 1' = | 0,3039 | 1 = | 3,29' |
| | 1" = 12"' | 1" = | 0,0253 | 1 = | 39,48" |
| | (Waldfuß wie in | 1"' = | 0,0021 | 1 = | 472,8"' |
| | Preußen.) | 1 Elle = | 0,586 | 1 = | 1,71 E. |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| b. Gotha. | 1° = 14′<br>1′ = 12‴<br>1″ = 12‴<br>1 Wldr. = 16′<br>1′ = 12″<br>1 E. = 0,5626 M. | 1° =<br>1′ =<br>1″ =<br>1‴ =<br>1 Wldr. =<br>1 Wldf. = | 4,026<br>0,2876<br>0,024<br>0,002<br>4,522<br>0,2826 | 1 =<br>1 =<br>1 =<br>1 =<br>1 =<br>1 = | 0,248°<br>3,48′<br>41,76″<br>500‴<br>0,221 Wr.<br>2,625 Wf. |
| 27. Sachsen-Meiningen.<br>(Vermess.-Fß. und Rthe. w. i. Preuß.) | 1′ = 12″<br>1″ = 12‴<br>1 E. = 0,6359 M. | 1′ =<br>1″ =<br>1‴ = | 0,2831<br>0,0236<br>0,002 | 1 =<br>1 =<br>1 = | 3,532′<br>42,384″<br>508,5‴ |
| Hildburghausen.<br>(Vermess.-Fß. und Rthe. w. i. Preuß.) | 1′ = 12″<br>1″ = 12‴ | 1′ =<br>1″ =<br>1‴ = | 0,2876<br>0,024<br>0,002 | 1 =<br>1 =<br>1 = | 3,477′<br>41,72″<br>500,4‴ |
| 28. Sachsen-Weimar. | 1° = 16′<br>1′ = 12″<br>1″ = 12‴<br>1 E. = 2′ | 1° =<br>1′ =<br>1″ =<br>1‴ = | 4,512<br>0,2819<br>0,0235<br>0,002 | 1 =<br>1 =<br>1 =<br>1 = | 0,222°<br>3,547′<br>42,6″<br>511‴ |
| 29. Schwarzbrg.-Rudolstadt.<br>(Wie Sachsen-Weimar.) | 1 E. = 0,566 M. | | | | |
| 30. Schwarzbrg.-Sondershsn.<br>(Wie Gotha.) | | | | | |
| 31. Waldeck.<br>(Feldmaß wie in Preußen. Werkmaß-Lübeck.) | | | | | |
| 32. Würtemberg. | 1° = 10′<br>1′ = 10″<br>1″ = 10‴<br>1 E. = 0,6147 | 1° =<br>1′ =<br>1″ =<br>1‴ = | 2,865<br>0,2865<br>0,0286<br>0,003 | 1 =<br>1 =<br>1 =<br>1 = | 0,349°<br>3,49′<br>34,9″<br>349‴ |

## Tabelle III und IV

der seither in den verschiedenen Staaten Deutschlands gebräuchlichen Flächenmaße, deren Verhältniß zum Quadratmeter und umgekehrt.

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Anhalt. (Wie in Preußen.) | | | | | |
| 2. Baden. (Schweiz.) | 1 Mrg. = 400 □° | 1 Mrg. = | 36 Are = | 1 Are = | 0,02778 Mrg. |
| | 1 □° = 100 □' | 1 □° = | 9 □M. | 1 □M. = | 0,111 □° |
| | 1 □' = 100 □" | 1 □' = | 0,09 □M. | 1 □M. = | 11,11 □' |
| | | 1 □" = | 0,0009 □M | 1 □M. = | 1111,11 □" |
| 3. Bayern. | 1 Tgwk. = 400 □° | 1 Tgw. = | 34,1 Are | 1 Ar = | 0,0293 Mrg. |
| | 1 □° = 100 □' | 1 □° = | 8,521 □M. | 1 □M. = | 0,1174 □° |
| | 1 □' = 144 □" | 1 □' = | 0,0852 □M | 1 □M. = | 11,74 □' |
| | | 1 □" = | 0,0006 □M | 1 □M. = | 1690,56 □" |
| 4. Braunschweig. | 1 Fdmg. = 120 □° | 1 Fldm. = | 25,0158 A. | 1 Ar = | 0,039 F.Mrg. |
| | 1 Wdm. = 160 □° | 1 Wldm. = | 33,3544 A. | 1 Ar = | 0,0299 W.M. |
| | 1 □° = 256 □' | 1 □° = | 20,848 □M | 1 □M. = | 0,0480 □° |
| | 1 □' = 144 □" | 1 □' = | 0,0814 □M | 1 □M. = | 12,2780 □' |
| | | 1 □" = | 0,00056 □M | 1 □M. = | 1768,03 □" |
| 5. Bremen. | 1 □° = 256 □' | 1 □° = | 21,4 □M. | 1 Ar = | 4,66 □° |
| | 1 □' = 144 □" | 1 □' = | 0,0837 □M | 1 □M. = | 0,0466 □° |
| | | 1 □" = | 0,00058 □M | 1 □M. = | 11,9339 □' |
| | | | | 1 □M. = | 1720 □" |
| 6. Frankfurt a. M. | 1 Wdm. = 160 □° | 1 Wldm. = | 32,55 A. | 1 Ar = | 0,0307 W.M. |
| | 1 Fdmg. = 160 □° | 1 Fldm. = | 20,25 A. | 1 Ar = | 0,0494 F.M. |
| | 1 □Wr = 251,19 □' | 1 □Wr. = | 20,347 □M | 1 □M. = | 0,079 □Wr. |
| | 1 □Fr. = 156,25 □' | 1 □Fdr. = | 12,657 □M | 1 □M. = | 0,049 □F.R. |
| | 1 □Wkf. = 144 □" | 1 □' = | 0,081 □M. | 1 □M. = | 12,345 □' |
| | | 1 □" = | 0,00056 □M | 1 □M. = | 1777,7 □" |
| 7. Hamburg. | 1 Mrgn. Marschland = 600 □Mrschr., 1 □Mschr. = 196 □' | 1 M.M. = | 96,577 A. | 1 Ar = | 0,0103 W.M. |
| | | 1 M. □° | 15,8722 □M | 1 □M. = | 0,0618 □° Mld |
| | | 1 Sch.G. = | 41,8794 A. | 1 Ar = | 0,0239 Sch.G. |
| | | 1 G. □° = | 20,9397 □M | 1 □M. = | 0,0478 □° Gl. |
| | 1 Scheffel Aussaat Geestland = 200 □° à 256 □' | 1 □' = | 0,0818 □M | 1 □M. = | 12,222 □' |
| | 1 □' = 144 □" | 1 □" = | 0,00057 □M | 1 □M. = | 1759 □" |
| 8. Hannover. | 1 Mrgn. = 120 □° | 1 Mrg. = | 26,21 Are | 1 Ar = | 0,0382 Mrg. |
| | 1 □° = 256 □' | 1 □° = | 21,846 □M | 1 □M. = | 0,0458 □° |
| | 1 □' = 144 □" | 1 □' = | 0,0853 □M | 1 □M. = | 11,72 □' |
| | | 1 □" = | 0,00059 □M | 1 □M. = | 1688 □" |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 9. Hessen-Darmstadt. | 1 Mg. = 400 □Kl.<br>1 □Kl. = 100 □'<br>1 □' = 100 □" | 1 Mrg. =<br>1 □Kl. =<br>1 □' =<br>1 □" = | 25 Are<br>6,25 □M.<br>0,0625 □M<br>0,00062 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,04 Mrgn.<br>0,16 □Klftr.<br>16 □'<br>1600 □" |
| 10. Hessen-Homburg. | 1 Mg. = 160 □°<br>1 □' Werkmaß = 144 □" | 1 Mrg. =<br>1 □° =<br>1 □' Wm =<br>1 □" = | 22,8699 A.<br>14,294 □M<br>Siehe | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>Frankfurt | 0,0437 Mrg.<br>0,0697 □°<br>am Main! |
| Meisenheim. (Feldmaß wie in Hess.-Darmstdt.) | 1 □Werkschuh = 100 □" | 1 □' =<br>1 □" = | 0,1111 □M<br>0,0011 □M | 1 □M. =<br>1 □M. = | 9 □'<br>900 □" |
| 11. Hessen-Kassel. | 1 Acker = 150 Kasseler □°.<br>1 □° = 196 Kss. □'<br>1 Nrml. □' = 144 □" | 1 Acker =<br>1 Kss. □° =<br>1 Kss. □' =<br>1 Nm. □' =<br>1 □" = | 24,33 A.<br>16,22 □M.<br>0,0827 □M<br>0,0829 □M<br>0,00057 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0411<br>0,0616 □°<br>12,095 □' K.<br>12,066 □' N.<br>1740 □" |
| 12. Holstein Schleswig. (Wie in Hambrg. [1 Tonne = 300 Hmb. □° = 76800 Hmb. □' = 48,288 Are.]) | | | | | |
| 13. Lichtenstein. (Siehe Oesterrch.) | | | | | |
| 14. Lippe-Detmold. | 1 Mrg. = 120 □°<br>1 Scheffel = 80 □°<br>1 □Wrkfß. = 144 □" | 1 Mrg. =<br>1 □° =<br>1 □' =<br>1 □" = | 25,748 A.<br>21,456 □M<br>0,0838 □M<br>0,00058 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0388 Mrg.<br>0,0466 □°<br>11,9 □'<br>1720 □" |
| 15. Lippe-Schaumburg. | 1 Mrg. = 120 □°<br>1 □° = 256 □'<br>1 □' = 144 □" | 1 Mrg. =<br>1 □° =<br>1 □' =<br>1 □" = | 25,749 A.<br>21,530 □M<br>0,0842 □M<br>0,00058 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0349 Mrg.<br>0,0464 □°<br>11,9 □'<br>1720 □" |
| 16. Lübeck. (Feldmaß verschieden.) | 1 □° = 256 □'<br>1 □' = 144 □" | 1 □° =<br>1 □' =<br>1 □" = | 21,171 □M<br>0,0827 □M<br>0,000574 □M | 1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0471 □°<br>12,055 □'<br>1735,9 □" |
| 17. Mecklenburg-Schwerin. (Fdmß. verschied.; sonst wie i. Preuß.) | | | | | |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 18. Mecklenburg-Strelitz.<br>(Sonstw. i. Preuß.) | 1 Mrgn. gewöhnlich = 100 □′ | 1 Mrg. = | 21,678 A. | 1 Ar = | 0,0461 Mrg. |
| 19. Nassau. | 1 Mrgn. = 100 □°<br>1 □° = 100 □<br>Feldschuh, 1 □<br>Werkschuh = 100<br>□ Werkzoll. | 1 Mrg. =<br>1 □ Fr. =<br>1 □ Fsch. =<br>1 □ Wsch =<br>1 □ Wkz. = | 25 Are<br>25 □M.<br>0,25 □M.<br>0,09 □M.<br>0,0009 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,04 Mrg.<br>0,04 □Fldr.<br>4 □Fdschuh<br>11,11 □Wsch<br>1111 □Wkz. |
| 20. Oesterreich. | 1 Joch = 1600<br>□Klftr. = 400 □°<br>1 □Klftr. = 36 □′<br>1 □′ = 144 □″ | 1 Joch =<br>1 □Klf. =<br>1 □′ =<br>1 □″ = | 57,557 A.<br>3,599 □M.<br>0,0999 □M<br>0,00069 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0174 Joch<br>0,2788 □Kl.<br>10,0008 □′<br>1440 □″ |
| 21. Oldenburg. | 1 Neujück = 160<br>□°, 1 □° = 100<br>□′, 1 □′ = 144 □″ | 1 Njck. =<br>1 □° =<br>1 □′ =<br>1 □″ = | 45,383 A.<br>8,7545 □M<br>0,0875 □M<br>0,00061 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,02204 Njck.<br>0,1142 □°<br>11,418 □′<br>1646 □″ |
| 22. Preußen. | 1 Mrgn. = 180 □°<br>1 □° = 144 □′<br>1 □′ = 144 □″ | 1 Mrgn. =<br>1 □° =<br>1 □′ =<br>1 □″ = | 25,532 A.<br>14,183 □M<br>0,0958 □M<br>0,00068 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0392 Mrg.<br>0,0705 □°<br>10,15 □′<br>1461,6 □″ |
| 23. Reuß-<br>a. Greiz.<br>(Feldmaß jetzt wie in Preußen.) | 1 a. Scheffel = 160<br>□° 1 □′ = 144 □″ | 1 a. Schff =<br>1 □′ =<br>1 □″ = | 32,72 A.<br>0,0827 □M<br>0,00057 □M | <br>1 □M. =<br>1 □M. = | <br>12,09 □′<br>1740 □″ |
| b. Gera.<br>(Feldmaß wie in Preußen.) | 1 □′ = 144 □″ | 1 □′ =<br>1 □″ = | 0,0820 □M<br>0,00057 □M | 1 □M. =<br>1 □M. = | 12,19 □′<br>1755 □″ |
| c. Schleiz.<br>(Feldmaß wie in Preußen.) | 1 □′ = 144 □″ | 1 □′ =<br>1 □″ = | 0,0827 □M<br>0,00057 □M | 1 □M. =<br>1 □M. = | 12,19 □′<br>1755 □″ |
| 24. Sachsen.<br>Königreich. | 1 Acker = 300 □°<br>1 □′ = 144 □″ | 1 Acker =<br>1 □° =<br>1 □′ =<br>1 □″ =<br>1 Lpzr □′ = | 55,34 A.<br>18,447 □M<br>0,0802 □M<br>0,00056 □M<br>0,0799 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,018 Acker<br>0,0542 □°<br>12,47 □′<br>1795 □″<br>12,52 □′ |
| 25. Sachsen-Altenburg.<br>(□′ u. □″ wie im Königrch. Sachsen.) | 1 Acker = 200 □°<br>1 □° = 400 □′ | 1 Acker =<br>1 □° = | 64,157 A.<br>32,079 □M | 1 Ar =<br>1 □M. = | 0,0156 Acker<br>0,0311 □° |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der seitherigen Maße. | Altes Maß. | Neues Maß. Meter. | Neues Maß. Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 26. Sachsen-Coburg. | 1 Feldmorgen = 160 □°; ein Waldmorgen wie in Preußen;<br>1 □° = 196 □'<br>1 □' = 144 □" | 1 Fldm. =<br>1 □° =<br>1 □' =<br>1 □" = | 29 Are<br>18,1016 □M<br>0,0924 □M<br>0,00064 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0345 Fldm.<br>0,0552 □°<br>10,82 □'<br>1558 □" |
| Gotha. □' und □" wie in Reuß-Greiz. | 1 Fdackr. = 140 □°<br>1 Wdackr. = 160 □°<br>1 □° = 196 □'<br>1 □' = 144 □" | 1 Fdackr. =<br>1 Wackr. =<br>1 Fd. □° =<br>1 W □° = | 22,7 A.<br>33,9 A.<br>16,209 □M<br>20,448 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0295 Wackr.<br>0,0615 □Fdr.<br>0,0488 □Wr. |
| 27. Sachsen-Meiningen. (Feldmaß wie in Preußen.) | 1 □' = 144 □" | 1 □' =<br>1 □" = | 0,0802 □M<br>0,00055 □M | 1 □M. =<br>1 □M. = | 12,47 □'<br>1795,7 □" |
| 27a. Sachsen. Hildburghausen. (Feldmaß wie in Preußen. □' u. □" wie in Reuß-Greiz.) | | | | | |
| 28. Sachsen-Weimar. | 1 Acker = 140 □°<br>1 □° = 256 □'<br>1 □' = 144 □" | 1 Acker =<br>1 □° =<br>1 □' =<br>1 □" = | 28,5 A.<br>20,356 □M<br>0,0795 □M<br>0,0055 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0351 Acker.<br>0,0493 □°<br>12,58 □'<br>1814,76 □" |
| 29. Schwarzburg-Rudolstadt. (Sonst wie in Sachs.-Weimar.) | 1 Acker = 160 □° | 1 Acker = | 32,6 A. | | |
| 30. Schwarzburg-Sondershausen. (Wie in Gotha.) | | | | | |
| 31. Waldeck. (Das Feldmaß wie in Preußen; das Werkmaß wie in Lübeck.) | 1 alt. Mg. = 120 □° | 1 alt. Mg = | 26,257 A. | | |
| 32. Württemberg. | 1 Mrg. = 384 □°<br>1 □° = 100 □'<br>1 □' = 100 □" | 1 Mrg. =<br>1 □° =<br>1 □' =<br>1 □" = | 31,5 A.<br>8,208 □M.<br>0,082 □M.<br>0,00082 □M | 1 Ar =<br>1 □M. =<br>1 □M. =<br>1 □M. = | 0,0318 Mrg.<br>0,122 □°<br>12,2 □'<br>1220 □" |

## Tabelle V und VI

zur Verwandlung der Kubik-Fuße und Zolle in Kubikmeter und Liter und umgekehrt.

| Namen der Staaten. | Eintheilung der Kubikfuße. | Altes Maß. | Kubikmeter und Liter. | Kubik-Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Anhalt. (Wie in Preußen.) | | | | | |
| 2. Baden. | 1 Kbk.' = 1000 Kb." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0270<br>0,000027 | 1 =<br>1 = | 37,037 K.'<br>37037 K." |
| 3. Bayern. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0249<br>0,0000144 | 1 =<br>1 = | 40,22 K.'<br>69541 K." |
| 4. Braunschweig. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0232<br>0,0000134 | 1 =<br>1 = | 43,03 K.'<br>74405 K." |
| 5. Bremen. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0242<br>0,000014 | 1 =<br>1 = | 41,28 K.'<br>71429 K." |
| 6. Frankfurt a. M. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0231<br>0,000013 | 1 =<br>1 = | 43,38 K.'<br>74953 K." |
| 7. Hamburg. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0235<br>0,0000136 | 1 =<br>1 = | 42,56 K.'<br>73583 K." |
| 8. Hannover. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0249<br>0,000014 | 1 =<br>1 = | 40,13 K.'<br>69444 K." |
| 9. Hessen-Darmstadt. | 1K.' = 1000K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0156<br>0,0000156 | 1 =<br>1 = | 64,00 K.'<br>64000 K." |
| 10. Hessen-Homburg. (Wie in Frankfurt.) | | | | | |
| Meisenheim. | 1K.' = 1000K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0369<br>0,000037 | 1 =<br>1 = | 27 K.'<br>27000 K." |
| 11. Hessen-Kassel. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0238<br>0,0000138 | 1 =<br>1 = | 41,99 K.'<br>72569 K." |
| 12. Holstein-Schleswig. (Wie in Hambrg.) | | | | | |
| 13. Lichtenstein. (Wie in Oesterrch.) | | | | | |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der Kubikfuße. | Altes Maß. | Kubikmeter und Liter. | Kubik-Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 14. Lippe-Detmold. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0243}$<br>$0,_{000014}$ | 1 =<br>1 = | $41,_{21}$ K.'<br>71429 K." |
| 15. Lippe-Schaumburg. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0244}$<br>$0,_{000014}$ | 1 =<br>1 = | $40,_{96}$ K.'<br>70923 K." |
| 16. Lübeck. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0238}$<br>$0,_{0000138}$ | 1 =<br>1 = | $42,_{03}$ K.'<br>72675 K." |
| 17. 18. Mecklenburg-Schwerin und Strelitz. (Wie in Preußen.) | | | | | |
| 19. Nassau. (Wie in Baden.) | 1K.' = 1000K." | 1 K.' = | $0,_{0270}$ | | |
| 20. Oesterreich. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0316}$<br>$0,_{0000183}$ | 1 =<br>1 = | $31,_{66}$ K.'<br>54705 K." |
| 21. Oldenburg. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0259}$<br>$0,_{000015}$ | 1 =<br>1 = | $38,_{61}$ K.'<br>66711 K." |
| 22. Preußen. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0309}$<br>$0,_{000018}$ | 1 =<br>1 = | $32,_{35}$ K.'<br>55897 K." |
| 23. Reuß-Greiz u. Schleiz. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0238}$<br>$0,_{0000138}$ | 1 =<br>1 = | $42,_{03}$ K.'<br>72675 K." |
| Gera. (Wie in Hambrg.) | 1K.' = 1728K." | 1 K.' = | $0,_{0235}$ | | |
| 24. Sachsen. Königreich. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." =<br>1 Lpzgr.K.' =<br>1 „ K." = | $0,_{0227}$<br>$0,_{000013}$<br>$0,_{0226}$<br>$0,_{000013}$ | 1 =<br>1 =<br>1 =<br>1 = | $44,_{03}$ K.'<br>76103 K."<br>$44,_{29}$ K.'<br>76570 K." |
| 25. Sachsen-Altenburg. (Wie im Königreich Sachsen.) | | | | | |
| 26. Sachsen-Coburg. | 1K.' = 1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | $0,_{0281}$<br>$0,_{000016}$ | 1 =<br>1 = | $35,_{60}$ K.'<br>61538 K." |
| Gotha. (Wie in Reuß-Greiz.) | | | | | |

| Namen der Staaten. | Eintheilung der Kubikfuße. | Altes Maß. | Kubikmeter und Liter. | Kubik-Meter. | Altes Maß. |
|---|---|---|---|---|---|
| 27. Sachsen-Meiningen. | 1K.'=1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0227<br>0,000013 | 1 =<br>1 = | 44,05 K.'<br>76154 K." |
| Hildburghausen. (Wie in Reuß-Greiz.) | | | | | |
| 28. Sachsen-Weimar. | 1K.'=1728K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0224<br>0,000013 | 1 =<br>1 = | 44,60 K.'<br>77101 K." |
| 29. Schwarzburg-Rudolstadt. (Wie in Sachsen-Weimar.) | | | | | |
| 30. Schwarzburg-Sondershausen. (Wie in Reuß-Greiz.) | | | | | |
| 31. Waldeck. (Wie in Lübeck.) | | | | | |
| 32. Würtemberg. | 1K.'=1000K." | 1 K.' =<br>1 K." = | 0,0235<br>0,0000235 | 1 =<br>1 = | 42,53 K.'<br>42530 K." |

Anmerkung. 1) Um an den Kubikmetern die Liter und Kilogramm ablesen zu können, rücke man das Komma 3 Stellen weiter rechts, also hinter die Kubikdezimeter; 1 Kubikdezimeter ist ja gleich einem Liter und ein Kbdm. destillirtes Wasser von 4° R. wiegt ein Kilogramm.

2) Bei den Berechnungen des Flächen- und Körpermaßes aus dem Längenmaße sind meist 3, beziehungsweise 2 Dezimalen genommen worden.

Aus unserem Schulbücher-Verlag haben sich die in den Jahren 1867 bis 1869 erschienenen

# Französische und Englische Unterrichtsbücher

von

## Felix Danicher,

Lehrer an der Englischen Fräuleinschule in Frankfurt a. M.,

eine geachtete Stellung und bereits ansehnliche Verbreitung errungen.

Nachstehend einige Urtheile über Danicher's Sprachbücher in verschiedenen pädagogischen Zeitungen.

**Sächsische Schulzeitung** Nr. 33, vom 18. August: Danicher's französische Schreiblesefibel enthält einen grammatischen Kursus mit Lesestücken aber ohne Uebersetzungsaufgaben und Sprechübungen nach der Methode des Anschauungsunterrichts (nach Louvier). Diese Methode, bei welcher jeder ausgesprochene Satz durch die gleichzeitige Anschauung der betr. Handlung oder des Gegenstandes versinnlicht wird, ist jedenfalls einer der grössten Fortschritte auf dem Gebiete der Methodik.

Die **Allgemeine deutsche Lehrerzeitung** sagt: „Bei dem Anklange, den die Ideen Louvier's allerorts gefunden haben, war es vorauszusehen, dass dieselben noch von manchen Seiten zur praktischen Ausführung gebracht werden würden. Die Schreiblesefibel ist eine Probe davon. Sie besteht aus drei Abschnitten, deren erster die schön lithographirte Schreiblecture, und der dritte die exercices de conversations enthält. Der Unterricht beginnt mit dem dritten Abschnitte oder mit dem ersten und dritten zugleich. Die Lesestücke des zweiten Abschnittes sind leicht und doch anregend und dürfte das Buch leicht Freunde finden.“

**Laukhard's Blätter für häusliche Erziehung und praktischen Unterricht** äussern sich: Die Art und Weise, wie der Verfasser seine Aufgabe gelöst, schliesst sich den Grundsätzen des Schreiblese- und Anschauungs-Unterrichts an. Seine Methode erweckt das Vertrauen, eine recht praktische und dankbare zu sein; möge sie von vielen versucht werden.

Der **österreichische Schulbote** spricht sich in Nr. 21, vom 25. Juli 1867 folgendermaassen aus: „Dieses Buch ist eine ziemlich originelle Erscheinung unter der grossen Menge literarischer Produkte, welche den gleichen Zweck verfolgen. Der Verfasser liefert dadurch den Beweis, dass er nicht etwa blos ein Mann sei, der französisch spricht und es auf mechanischem Wege auch andere lehren will, sondern ein Lehrer, der seine Aufgabe pädagogisch auffasst. Diese lautet: „Wie ist das Kind zum Sprechen zu bringen?“ Darauf antwortet der Verfasser: „Sollen unsere Schüler zum Sprechen gelangen, so müssen sie eben selbst sprechen“, und dazu soll

dieses Werkchen den kürzesten Weg zeigen. Es besteht aus einem Schreiblese-Cours für den ersten Anfang, aus den Exercices de grammaire et de lecture und aus den Exercices de conversation. So naturgemäss der ganze Lehrgang, so zweckmässig ist die Bearbeitung jedes dieser Theile und wir stehen nicht an, diese Methode als einen Fortschritt im französischen Sprachunterrichte zu bezeichnen."

Die **Baierische Schulzeitung** 1867, Nr. 12 gibt folgendes Urtheil: Die französische Schreiblesefibel von Felix Danicher setzt es sich zur Aufgabe, eine Methode durchzuführen, die sich möglichst an den Gang der Natur anschliesst, um sehr jungen Schülern das Französische zu lehren. Das heisst, sie beginnt mit dem Sprechen, und zwar dem Bilden der einfachsten Sätze, die sich in Form von Fragen und Antworten im Kreise gegebener Wörter bewegen. An diese ersten Uebungen schliesst sich ein Schreibkurs, und erst nachdem der Schüler eine gewisse Leichtigkeit erworben hat, die Sprache zu verarbeiten, werden ihm die Elemente der Grammatik und kleine Compositionen zu fertigen gegeben. Die consequente Durchführung derselben kann nicht verfehlen, ihren Zweck zu erreichen, nämlich die Kinder von Anfang an daran zu gewöhnen, sich auf französisch auszudrücken, die Rechtschreibung auf leichte Weise sich anzueignen und einen Boden vorzubereiten, auf welchem später die eigentliche Grammatik mit Nutzen angebahnt werden kann.

Das **Weimar'sche Kirchen- und Schulblatt** sagt darüber (1868, Nr. 4): „Wir begrüssen in diesem Werkchen endlich ein wirklich praktisches auf die Anschauung gegründetes und mit vielem Geiste ausgearbeitetes Lehrbuch für den ersten Unterricht im Französischen. Wer es gebrauchen will, muss freilich selbst französisch gewandt sprechen können und muss beim Unterricht in beständiger angestrengter Thätigkeit bleiben, wird aber nachher auch die Freude haben, seine Schüler in der Kenntniss, im Sprechen und Verstehen des Französischen rasch vorwärts schreiten zu sehen."

## Ueber das „**Französische Lesebuch**" sind bis jetzt folgende Besprechungen bekannt geworden:

Die **Badische Schulzeitung** 1867, Nr. 52 sagt hierüber: Vorliegendes, für Unter- und Mittelklassen höherer Lehranstalten bestimmte Lesebuch, enthält eine sehr gute Auswahl höchst interressanter Lesestücke aus allen Lehrgegenständen, die den Schüler nicht nur mit mancherlei nützlichen Kenntnissen und Sprachfertigkeit bereichern, sondern auch sehr geeignet sind, Lust und Liebe zu diesem Unterrichtsgegenstand hervorzubringen und bildend auf Herz und Gemüth einzuwirken. In ganz origineller Weise gibt der Verfasser Anleitung zur selbstständigen Nachbildung von Lesestücken und zum Verfassen von Briefen, stufenmässig vom Leichten zum Schweren fortschreitend und jede neue Vocabel und Regel benutzend. Die beigefügten Erläuterungen über Grammatik, Syntax und Interpunction sind kurz und schlagend, der Styl klar und einfach. Besonderer Werth ist auf Conversationsübungen gelegt, wozu praktische Uebungsstücke interessanten Inhalts in grosser Auswahl dargeboten sind.

**Schulfreund** 1868, Heft 2. „Danicher, franz. Convers.-Lesebuch." Die vom Verfasser früher herausgegebene Schreiblese-Fibel wurde bereits im vorigen Hefte besprochen. An diese Fibel reiht sich das vorliegende Buch als Lesebuch für die mittlere Stufe, für Kinder von 10—12 Jahren an, und bietet einen sehr reichhaltigen, dem Lehrer ebenso willkommnen als für den Schüler zweckmässigen und ansprechenden Stoff, der nach den im Lesebuch gegebenen Anleitungen auf die mannigfaltigste Weise behandelt und für den Unterricht fruchtbar gemacht werden kann.

Wenn wir bereits schon den früher erschienenen 1. Cursus als eine neue und einen wirklichen Fortschritt auf dem Gebiete der grammatischen Litteratur bezeichnende Erscheinung begrüssten, so entspricht diese 2. Stufe den gehegten Erwartungen in hohem Maasse und wird nicht verfehlen, gewiss allenthalben die verdiente Anerkennung zu finden.

**Allgemeine Lehrerzeitung** 1868, Nr. 42. Die Conversations- und Aufsatz-Uebungen, die sich in vorliegendem Buche unmittelbar an die Lesestücke anschliessen, unterscheiden sich von andern ähnlichen Erzeugnissen namentlich durch ihre Reichhaltigkeit. Ihr Gebrauch wird gewiss ausserordentlich anregend und Leben weckend auf den Unterricht einwirken.

**Neuer schles. Schulbote** 1869, S. 58. Die im Vorwort dieses neuen französischen Lesebuchs ausgesprochenen pädagogischen Grundsätze können wir gern unterschreiben. Auch die Ausführung derselben verdient Anerkennung, und ist nicht zu zweifeln, dass das gebotene Material eine nützliche Verwendung auf der Unter- und Mittelstufe höherer Schulen gestattet. Die praktischen Beigaben für den Lehrer bekunden den denkenden Schulmann.

**Preuss. Schulzeitung** 1869, Nr. 24. „Der durch seine französische *Schreib-Lesefibel vortheilhaft bekannte Verfasser* von obigem Lesebuch, bietet in diesem Werke *reiches Material* und *gediegene Anleitung zur Behandlung des Stoffes* für die Mittelstufe derjenigen Schulen, die im Französischen geläufiges Sprechen und Schreiben erzielen wollen. Die Uebungen sind *so trefflich nach strenger Stufenfolge* geordnet, dass sie zu dem bezeichneten Ziel *führen müssen.* Die Wahl der Aufsätze ist eine glückliche; wir begegnen nur solchen geschichtlichen, naturgeschichtlichen, geographischen Bildern und nur solchen Erzählungen, die für das jugendliche Alter ansprechend und bildend sind; eine angenehme Zugabe ist eine kleine Sammlung von Gedichten. — Wir können dieses Buch als Schulbuch empfehlen, sowie als Materialienbuch denjenigen Lehrern, die sich über die Methode, beim französischen Unterricht Sprechübungen anzustellen, informiren wollen, und die um Aufsätze verlegen sein sollten."

Ueber den 1869 erschienenen Englischen Lehrgang äussert sich die **Pädagogische Wochenschrift für den Norden Deutschlands 1870:**

Nr. 9: Die 3 ersten Bücher (die französischen) sind anerkannt und haben bereits in manchen Schulen Eingang gefunden. Der „naturgemässe Lehrgang der englischen Sprache" ist nach denselben Principien gearbeitet, wie die Französische Fibel. Die Conversation ist Mittelpunkt des

Unterrichts; Stoff für dieselbe liefert erst das Kind selbst und seine Umgebung, also Dinge, die zugleich gesehen werden können. Die Conversations-Uebungen zeigen nicht unzusammenhängende Sätze, sondern von ihrem Anfang an einen Gedankenzusammenhang auf; ebenso sind die Lesestücke nicht einzelne Sätze, sondern meistens kleine Beschreibungen. — Der Stoff des Buches ist so angeordnet und verwendet, dass bei richtiger Benutzung desselben von Seiten des Lehrers der Schüler eine gute Gewandtheit im mündlichen Ausdruck erlangen wird.

**Schweizerische Lehrerzeitung** 1870, Nr. 48. Nachdem Danicher's französische Lesebücher in den pädagogischen Zeitungen und durch zahlreiche Einführung in Schulen eine so günstige Aufnahme gefunden haben, wollte der Verfasser seine methodischen Grundsätze auch auf die Englische Sprache ausdehnen. So entstand die vorliegende Grammatik, von der man sagen muss, sie sei mit methodischem Geschicke verfasst und suche namentlich durch vielfache Conversations-Uebungnn auf dem Wege der Anschauung frühe einige Gewandtheit im mündlichen Ausdruck zu erzeugen. Wir zweifeln nicht, dass sie eine günstige Aufnahme finden wird.

---

**Einführungen** haben bereits u. A. stattgefunden in **Frankfurt a. M., München, Darmstadt, Limburg, Schweinfurt, Stralsund, Greiz, Wien, Cassel, Wunsiedel, Einbeck, Birkenfeld, Prag, Carlsruhe, Zürich, Würzburg, Nürnberg, Aschaffenburg, New-York, Dorsten, Deutsch-Crone, Crefeld, Speyer, Worms, Mainz** etc.

Wir bitten angelegentlich sich durch Ihre Buchhandlung Exemplare obiger Schriften zur Ansicht zukommen zu lassen, sind übrigens auch bei beabsichtigter Einführung gerne zur Lieferung von **Frei-Exemplaren** bereit.

**Frankfurt a. M.**, Januar 1870.

***Jaeger'****sche Buch-, Papier- und Landkarten-Handlung.*